

### Домашнее задание

1)  $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n \cdot (3n + 1) = n(n + 1)^2$

2)  $\cos 2\alpha \cdot \cos 4\alpha \cdot \cos 8\alpha \cdot \dots \cdot \cos(2^n \alpha) = \frac{\sin(2^{n+1}\alpha)}{2^n \sin 2\alpha}, \alpha \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$

3) Последовательность целых чисел задана рекуррентным соотношением:  $a_0 = 1, a_1 = 1, a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$  при  $n \geq 2$ . Доказать, что

$$a_n = \cos\left(\frac{\pi n}{3}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi n}{3}\right).$$

4) Последовательность целых чисел задана рекуррентным соотношением:  $a_1 = 2, a_2 = 4, a_n = 4(a_{n-1} - a_{n-2})$  при  $n \geq 3$ . Доказать, что

$$a_n = 2^n.$$

Доказать методом математической индукции, что при любом натуральном  $n$  число  $a_n$  делится на  $b$ , если:

5)  $a_n = 3^{3n-1} + 2^{4n-3}, b = 11;$

6)  $a_n = 6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n, b = 11;$