

*За работу можно получить
максимум 24 «грязных» балла,
которые будут потом отмасштабированы
к 11 «чистым» баллам*

Найти производную y'_x функции (упростить до окончательного ответа):

1) (2 балла) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$

2) (2 балла) $y = x^{\ln x}$

3) (2 балла) $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

4) (1 балл) $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$

5) (2 балла) Вычислить предел, используя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$$

Вычислить предел, используя разложение в ряд Тейлора:

6) (3 балла) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$

7) (2 балла) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^4}$

Вычислить производную указанного порядка

8) (2 балла) $y = e^x \ln x$, найти $y^{(4)}$

9) (2 балла) $y = x^2 \sin 2x$, найти $y^{(50)}$

10) (2 балла) Используя формулу Тейлора, разложить многочлен $x^3 - 5x^2 + 7x - 1$ по степеням двучлена $x - 2$. (Не использовать деление в столбик и/или схему Горнера.)

11) (4 балла) Найти разложение функции $\ln(\cos x)$ в ряд Тейлора в окрестности нуля до члена с x^4 .