

**ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА ПО ТЕМЕ
«ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ.»**

Предел функции

- 1) Окрестность и ε -окрестность точки. Выколота́я окрестность и выколота́я ε -окрестность точки. Свойства (выколотых) окрестностей.
- 2) Определение предела функции. Теорема о единственности предела.
- 3) Односторонняя выколота́я ε -окрестность точки. Предел слева и предел справа.
- 4) Теорема о связи существования односторонних пределов функции в точке и предела функции в точке.
- 5) Определение предела функции при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$.
- 6) Свойства пределов:
 - a) локальная ограниченность функции в окрестности точки, в которой функция имеет предел;
 - b) сохранение знака функции в окрестности точки, в которой функция имеет предел, не равный нулю;
 - c) отделение от нуля значений функции в окрестности точки, в которой функция имеет предел, не равный нулю;
 - d) существование предела функции $1/f(x)$ в окрестности точки, в которой функция $f(x)$ имеет предел, не равный нулю.
- 7) Арифметические операции с пределами:
 - a) предел суммы двух функций;
 - b) предел произведения двух функций;
 - c) предел произведения функции и числа;
 - d) предел разности двух функций;
 - e) предел функции $1/f(x)$;
 - f) предел частного двух функций.
- 8) Свойства пределов, связанные с неравенствами.
- 9) Аналог теоремы о трех последовательностях.
- 10) Монотонные функции. Теорема о существовании односторонних пределов монотонной функции на промежутке.
- 11) Первый замечательный предел.
- 12) Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
- 13) Бесконечно большие функции. Соотношения между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями.
- 14) Критерий Коши существования предела функции.
- 15) Пример: пользуясь критерием Коши доказать, что не существует $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

Непрерывные функции.

- 16) Определение непрерывной функции. Односторонняя непрерывность. Непрерывность на промежутке.
- 17) Классификация точек разрыва. Примеры функций, имеющих в точке
 - a) устранимый разрыв,
 - b) разрыв первого рода,
 - c) разрыв второго рода.
- 18) Локальные свойства функции, непрерывной в точке.
- 19) Арифметические операции с непрерывными функциями.
- 20) Теорема Вейерштрасса. Следствие.
- 21) Теорема 1 о промежуточном значении.
- 22) Теорема 2 о промежуточном значении. Следствия.
- 23) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
- 24) Непрерывность сложной функции.