Программа коллоквиума

Дифференциальные уравнения

1. Линейные дифференциальные уравнения:
   1.1. определение, пространство F_n, однородные и неоднородные уравнения;
   1.2. свойства решений (4 свойства с доказательством);
   1.3. общее и частное решение дифференциального уравнения;
   1.4. задача Коши, теорема о единственности решения задачи Коши.
2. Однородные дифференциальные уравнения (ОДУ):
   2.1. определение системы линейно зависимых (линейно независимых) функций;
   2.2. пример: линейная независимость функций $1, x, x^2, \dots, x^n$;
   2.3. пример: линейная независимость функций e^{ax}, e^{bx}, $a \neq b$;
   2.4. определитель Вронского;
   2.5. лемма 1 (с доказательством);
   2.6. лемма 2 (с доказательством);
   2.7. теорема о линейной независимости решений ОДУ;
   2.8. пример: линейная независимость функций $e^{a_i x}$, $i = 1, \dots, n$ (где a_i попарно различны);
   2.9. определение фундаментальной системы решений (ФСР);
   2.10. теорема о существовании ФСР ОДУ (с доказательством);
   2.11. теорема о представлении любого решения ОДУ в виде линейной комбинации функций из ФСР (с доказательством).
3. Однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами:
   3.1. ОДУ с постоянными коэффициентами, характеристический многочлен;
   3.2. критерий: функция e^{ax} является решением ОДУ … (с доказательством);
   3.3. следствие о ФСР в случае отсутствия кратных корней у характеристического многочлена (с доказательством);
   3.4. замечание о вещественных собственных функциях, соответствующих комплексным корням характеристического многочлена (кратность корней равна единице).