

Тема 1б


Работа в Classic Worksheet Maple

Classic Worksheet Maple – аналог режима интерфейса Worksheet Mode и режима ввода Text Mode в обычном Maple.

Работа в *Classic Maple* проходит в режиме сессии – пользователь вводит предложения (команды, выражения, процедуры), которые воспринимаются условно и обрабатываются *Maple*. Рабочее поле разделяется на три части:

- 1) область ввода - состоит из командных строк. Каждая командная строка начинается с символа >;
- 2) область вывода - содержит результаты обработки введенных команд в виде аналитических выражений, графических объектов или сообщений об ошибке;
- 3) область текстовых комментариев - содержит любую текстовую информацию, которая может пояснить выполняемые процедуры. Текстовые строки не воспринимаются *Maple* и никак не обрабатываются.

Для того чтобы переключить командную строку в текстовую, следует на *Панели инструментов* нажать мышью на кнопку 

Обратное переключение текстовой строки в командную осуществляется нажатием на *Панели инструментов* на кнопку 

Вставка текстового комментария перед рабочей группой: Insert->Paragraph->Before/After

Задание 1.

1. Запустите *Classic Worksheet Maple 11*.
2. После запуска *Classic Worksheet Maple* первая строка оказывается командной. Переведите ее в текстовую. Наберите в этой строке: «Тема 1 б)». Перейдите на следующую строку, нажав *Enter*.
3. На следующей строке наберите «Задание №1».
4. Сохраните свой файл на диске. Для этого в меню **File** выберите пункт **Save** и наберите имя вашего файла

В дальнейшем выполнение каждой лабораторной работы должно оформляться таким способом. В начале каждой лабораторной работы следует набирать текст: «Тема N», N – номер темы. Выполнение каждого задания следует начинать с текстового комментария: «Задание N».

Для правильности вычислений перед выполнением каждого пункта задания следует выполнять команду **restart**.

Перед выполнением контрольных заданий следует набирать в текстовом режиме «Контрольные задания». После окончания выполнения работы необходимо сохранить файл со всеми выполненными заданиями на диск.

**Арифметические операции.
Целые и рациональные числа, константы в Maple
Синтаксис команд**

Математические константы и арифметические операции.

Основные математические константы:

Pi – число π ; **I** – мнимая единица i ; **infinity** – бесконечность; **Gamma** – константа Эйлера; **true**, **false** – логические константы, обозначающие истинность и ложность высказывания.

Знаки арифметических операций:

+ - сложение; **-** - вычитание;

***** - умножение; **/** - деление;

^ - возведение в степень; **!** – факториал.

Знаки сравнения: **<**, **>**, **>=**, **<=**, **<>**, **=**.

Буквы греческого алфавита

В *Maple* можно записать буквы греческого алфавита в полиграфическом виде. Для этого в командной строке набирается название греческой буквы. Например, буква α получится, если набрать **alpha**.

Таблица строчных греческих букв и их названий:

α	- alpha
β	- beta
γ	- gamma
δ	- delta
ϵ	- epsilon
ζ	- zeta
η	- eta
θ	- theta
ι	- ita
κ	- kappa
λ	- lambda
ν	- nu
μ	- mu
ξ	- xi
π	- pi
ρ	- rho
σ	- sigma
υ	- upsilon
ϕ	- phi
χ	- chi
ψ	- psi
ω	- omega

Заглавные греческие буквы можно записать, если набирать название греческой буквы с заглавной, например, чтобы получить Ω , следует набрать **Omega**. Греческие буквы также можно набирать с помощью специального меню.

Синтаксис команд.

Стандартная команда *Maple* состоит из имени команды и ее параметров, указанных в круглых скобках: **command (p1, p2, ...)**. В конце каждой команды должен быть знак (;) или (:). Разделитель (;) означает, что в области вывода после выполнения этой команды будет сразу виден результат. Разделитель (:) используется для отмены вывода, то есть когда команда выполняется, но ее результат на экран не выводится.

Комплексные, целые и рациональные числа.

Числа в *Maple* бывают действительные (real) и комплексные (complex). Комплексное число записывается в алгебраической форме $z=x+iy$, и в командной строке такая запись должна выглядеть так:

```
> z:=x+I*y;
```

Вещественные числа разделяются на целые и рациональные. Целые числа (integer) выражаются цифрами в десятичной записи. Рациональные числа могут быть представлены в 3-х видах:

- 1) рациональной дроби с использованием оператора деления, например: **28/70**;
- 2) с плавающей запятой (float), например: **2.3**;
- 3) в показательной форме, например: **1,602*10^(-19)** означает $1,602 \cdot 10^{-19}$.

Для того, чтобы получить рациональное число не в точной форме, а в виде приближенного значения (числа с плавающей запятой), следует дописывать к целой части числа .0. Пример:

```
> 75/4;
```

$$\frac{75}{4}$$

```
> 75./4;
```

18.75000000

Другой способ вычисления приближенного значения числа или значения математического выражения – использование команды **evalf** в формате **evalf(r)** или в формате **evalf[n](r)**, где **r** – рациональное число, **n** – количество выводимых цифр после десятичной точки.

```
> evalf[20](1/3);
```

0.33333333333333333333

Задание 2.

1. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №2». После не забудьте перейти в режим командной строки.

2. Вычислите значение $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$. Для этого в командной строке наберите:

```
> (sqrt(6+2*sqrt(5)) - sqrt(6-2*sqrt(5))) / sqrt(3);
```

и нажмите *Enter*. В результате получится точное значение $\frac{2}{3}\sqrt{3}$. Вычислите приближенное значение этого числа.

3. Наберите формулы $\omega = \frac{\theta}{t}$ и $|f(x) - \delta| < \varepsilon$. Для этого в командной строке наберите:

```
> omega=theta/t; abs(f(x)-delta)<epsilon;
```

нажмите *Enter*.

Стандартные функции

Вызов предыдущей команды

Символ процента (%) служит для вызова предыдущей команды. Этот символ играет роль краткосрочной замены предыдущей команды с целью сокращения записи. Пример использования (%):

> **a+b;**

$a+b$

> **%+c;**

$a+b+c$

Подключение пакетов с командами

Команды верхнего уровня, используемые наиболее часто, доступны непосредственно после запуска *Maple*.

Остальная часть команд и процедур *Maple* содержится в специальных библиотеках подпрограмм, называемых *пакетами*. Пакеты необходимо подгружать при каждом запуске файла с командами из этих библиотек. Имеется два способа вызова команды из пакета:

- 1) можно загрузить весь пакет командой **with (package)** где **package** – имя пакета;
- 2) вызов какой-нибудь одной команды **command** из любого пакета **package** можно осуществить, если набрать команду в специальном формате:

> **package [command] (options) ;**

где вначале записывается название пакета **package**, из которого надо вызвать команду, а затем в квадратных скобках набирается имя самой команды **command**, и после чего в круглых скобках следуют параметры **options** данной команды.

К библиотекам подпрограмм *Maple* относятся, например, следующие пакеты: **LinearAlgebra** – содержит операции линейной алгебры; **geometry** – решение задач планиметрии; **geom3d** – решение задач стереометрии; **student** – содержит команды, позволяющие провести поэтапное решение задачи в аналитическом виде с промежуточными вычислениями.

Оператор присваивания

Для присвоения переменной заданного значения используется знак присвоить (:=). Например, присвоим переменной **a** значение 3:

> **a:=3;**

$a := 3$

Выведем на экран значение переменной **a**

> **a;**

3

Отмену присваивания можно осуществить командой **unassign**:

> **unassign('a');**

Выведем теперь на экран значение переменной **a**

> **a;**

a

Аналогичный результат даст использование команды **restart**, которая очищает память *Maple*, только при этом будут очищены значения всех переменных, значения которым было присвоено до этого.

Стандартные функции.

Стандартные функции <i>Maple</i>	
Математическая запись	Запись в <i>Maple</i>
e^x	exp (x)
$\ln x$	ln (x)
$\lg x$	log10 (x)
$\log_a x$	log [a] (x)
\sqrt{x}	sqrt (x)
$\sqrt[m]{x}$	root (x,m) ;
$ x $	abs (x)
$\sin x$	sin (x)
$\cos x$	cos (x)
$\operatorname{tg} x$	tan (x)
$\operatorname{ctg} x$	cot (x)
$\sec x$	sec (x)
$\operatorname{cosec} x$	csc (x)
$\arcsin x$	arcsin (x)
$\arccos x$	arccos (x)
$\operatorname{arctg} x$	arctan (x)
$\operatorname{arctg} x$	arccot (x)
$\operatorname{sh} x$	sinh (x)
$\operatorname{ch} x$	cosh (x)
$\operatorname{th} x$	tanh (x)
$\operatorname{cth} x$	coth (x)
$\delta(x)$ - функция Дирака	Dirac (x)
$\theta(x)$ - функция Хевиссайда	Heaviside (x)

Maple содержит огромное количество специальных функций, таких, как Бесселевы функции, Эйлеровы бета- и гамма – функции, интеграл ошибок, эллиптические интегралы, различные ортогональные полиномы.

С помощью функции **exp (x)** определяется число $e=2.718281828\dots$ посредством записи **exp (1)**.

Задание 3.

1. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №3». После не забудьте перейти в режим командной строки.
2. Вычислите $\cos \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{14\pi}{3}$. Для этого наберите в командной строке:

> cos (Pi/3) + tan (14*Pi/3) ;

Нажмите *Enter*. В результате в области вывода должно появиться число: $\frac{1}{2} - \sqrt{3}$

Преобразование математических выражений

Maple обладает широкими возможностями для проведения аналитических преобразований математических формул. К ним относятся такие операции, как приведение подобных, разложение на множители, раскрытие скобок, приведение рациональной дроби к нормальному виду и многие другие.

Выделение правой и левой частей выражений (lhs, rhs)

Математическая формула, над которой будут производиться преобразования, записывается в следующей форме: `> expr:=expr1=expr2;` где **expr** – произвольное имя выражения, **expr1** – условное обозначение левой части формулы, **expr2** – условное обозначение правой части формулы.

Выделение правой части выражения осуществляется командой **rhs**, выделение левой части выражения – командой **lhs**. Рассмотрим пример:

```
> expr:=a^2-b^2=c;
```

$$expr := a^2 - b^2 = c$$

```
> lhs(expr);
```

$$a^2 - b^2$$

```
>> rhs(expr);
```

$$c$$

Выделение числителя и знаменателя рациональной дроби (numer, denom), приведение дроби к нормальному виду (normal)

Если задана рациональная дробь вида a/b , то можно выделить ее числитель и знаменатель с помощью команд **numer** и **denom**, соответственно. Пример:

```
> f:=(a^2+b)/(2*a-b);
```

$$f := \frac{a^2 + b}{2a - b}$$

```
> numer(f);
```

$$a^2 + b$$

```
> denom(f);
```

$$2a - b$$

Дробь можно привести к нормальному виду с помощью команды **normal**. Например:

```
> f:=(a^4-b^4)/((a^2+b^2)*a*b);
```

$$f := \frac{a^4 - b^4}{(a^2 + b^2)ab}$$

```
> normal(f);
```

$$\frac{a^2 - b^2}{ba}$$

Раскрытие скобок в выражении (expand)

Раскрытие скобок выражения **eq** осуществляется командой **expand**. Пример:

```
> expr:=(x+1)*(x-1)*(x^2-x+1)*(x^2+x+1);
```

$$expr := (x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

> **expand(expr) ;**

$$x^6 - 1$$

Команда **expand** может иметь дополнительный параметр, позволяющий при раскрытии скобок оставлять определенное выражение без изменений. Например, пусть требуется каждое слагаемое выражения $\ln x + e^x - y^2$ умножить на выражение $(x+a)$. Тогда в командной строке следует написать:

> **expand((x+a)*(ln(x)+exp(x)-y^2),(x+a));**

$$(x+a)\ln(x) + (x+a)e^x - (x+a)y^2$$

Преобразование выражений (combine)

Значение команды **combine** – преобразовывать выражения, например, со степенями.

Вычислим $\sin^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$.

> **combine((sin(Pi/8))^4+(cos(3*Pi/8))^4+(sin(5*Pi/8))^4+(cos(7*Pi/8))^4);**

$$\frac{3}{2}$$

Объединить показатели степенных функций или понизить степень тригонометрических функций можно при помощи команды **combine(eq,param)**, где **eq** – выражение, **param** – параметры, указывающие, какой тип функций преобразовать, например, **trig** – для тригонометрических, **power** – для степенных. Пример:

> **combine(4*sin(x)^3, trig);**

$$-\sin(3x) + 3 \sin(x)$$

Разложение многочлена на множители (factor)

Разложение многочлена на множители осуществляется командой **factor**. Пример:

> **p:=x^5-x^4-7*x^3+x^2+6*x;**

$$p := x^5 - x^4 - 7x^3 + x^2 + 6x$$

> **factor(p);**

$$x(x-1)(x-3)(x+2)(x+1)$$

Упрощение выражений (simplify)

Упрощение выражений осуществляется командой **simplify**. Пример:

> **eq:=(cos(x)-sin(x))*(cos(x)+sin(x));**

> **simplify(eq);**

$$2 \cos(x)^2 - 1$$

В команде **simplify** в качестве параметров можно указать, какие выражения преобразовывать. Например, при указании **simplify(eq,trig)** будет производиться упрощение при использовании большого числа тригонометрических соотношений. Стандартные параметры имеют названия: **power** – для степенных преобразований; **radical** или **sqrt** – для преобразования корней; **exp** – преобразование экспонент; **ln** – преобразование логарифмов. Использование параметров намного увеличивает эффективность команды **simplify**.

Приведение подобных (collect)

Приведение подобных членов в выражении осуществляется командой `collect(expr, var)`, где `expr` – выражение, `var` – имя переменной, относительно которой следует собирать подобные.

```
> f := a*ln(x) - ln(x)*x - x;
      f := a ln(x) - ln(x) x - x
```

```
> collect(f, ln(x));
      (a - x) ln(x) - x
```

Конвертация выражений

С помощью команды `convert(expr, param)`, где `expr` – выражение, которое будет преобразовано в указанный тип `param`. В частности, можно преобразовать выражение, содержащее `sinx` и `cosx`, в выражение, содержащее только `tgx`, если указать в качестве параметра `tan`, или, наоборот, `tgx`, `ctgx` можно перевести в `sinx` и `cosx`, если в параметрах указать `sincos`.

Вообще, команда `convert` имеет более широкое назначение. Она осуществляет преобразование выражения одного типа в другой. Например: `convert(list, vector)` – преобразование некоторого списка `list` в вектор с теми же элементами; `convert(expr, string)` – преобразование математического выражения в его текстовую запись. Для вызова подробной информации о назначении параметров команды `convert` следует обратиться к справочной системе.

Задание 4.

1. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №4». После не забудьте перейти в режим командной строки. Перед выполнением каждого пункта этого задания обязательно набирайте команду обновления `restart`;

2. Разложить полином на множители $p = x^3 + 4x^2 + 2x - 4$. Для этого наберите в командной строке:

```
> factor(x^3+4*x^2+2*x-4);
```

После нажатия клавиши *Enter* должно получиться $(x + 2)(x^2 + 2x - 2)$.

3. Упростить выражение $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x - \cos 2x}$. Наберите:

```
> eq:=(1+sin(2*x)+cos(2*x))/(1+sin(2*x)-cos(2*x));
> convert(eq, tan);
> eq=normal(%);
```

$$\frac{1 + \sin(2x) + \cos(2x)}{1 + \sin(2x) - \cos(2x)} = \frac{1}{\tan(x)}$$

4. Упростить выражение $3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$. Для этого наберите:

```
> eq:=3*(sin(x)^4+cos(x)^4)-2*(sin(x)^6+cos(x)^6);
> eq=combine(eq, trig);
```

$$3\sin(x)^4 + 3\cos(x)^4 - 2\sin(x)^6 + \cos(x)^6 = 1$$

5. Выполните все контрольные задания. Перед их выполнением не забудьте набрать в текстовом режиме «Контрольные задания». Результаты выполнения заданий покажите преподавателю.

6. Сохраните файл со всеми выполненными заданиями на диск.

Операции оценивания

Оценивание вещественных выражений.

В *Maple* имеются следующие команды оценивания вещественных выражений:

frac (expr) – вычисление дробной части выражения **expr**;

trunc (expr) – вычисление целой части выражения **expr**;

round (expr) – округление выражения **expr**;

Оценивание комплексных выражений.

Вещественную и мнимую части комплексного выражения $z=x+iy$ можно найти с помощью команд **Re (z)** и **Im (z)**. Например:

> **z:=3+I*2:**

> **Re (z) ; Im (z) ;**

3, 2

Если $z=x+iy$, то комплексно сопряженное ему выражение $w=z^*=x-iy$ можно найти с помощью команды **conjugate (z)**. Продолжение предыдущего примера:

w:=conjugate (z) ;

$w:=3-2I$

Модуль и аргумент комплексного выражения **z** можно найти с помощью команды **polar (z)**, которую необходимо предварительно вызвать из стандартной библиотеки командой **readlib**. Например:

> **readlib (polar) : polar (I) ;**

$\text{polar}\left(1, \frac{1}{2}\pi\right)$

В строке вывода в скобках через запятую указаны модуль числа i , равный единице и его аргумент, равный $\pi/2$.

Если комплексное выражение очень сложное или содержит параметры, то команды **Re (z)** и **Im (z)** не дают требуемого результата. Получить вещественную и мнимую части комплексного выражения **z** можно, если использовать команду преобразования комплексных выражений **evalc (z)**. Например:

> **z:=ln(1-I*sqrt(3))^2;**

$z := \ln(1 - I\sqrt{3})^2$

> **evalc (Re (z)) ; evalc (Im (z)) ;**

$\frac{1}{4}\ln(4)^2 - \frac{1}{9}\pi^2$
 $-\frac{1}{3}\ln(4)\pi$

Задание 4.

1. Дано число $a=57/13$. Найти его целую часть x и дробную часть y и убедиться, что $a=x+y$. Наберите:

> **a:=57/13:**

> **y:=frac (a) ;**

$\frac{5}{13}$

> **x:=trunc (a) ;**

4

> **x+y ;**

$\frac{57}{13}$

2. Дано комплексное число $z = \frac{2-3i}{1+4i} + i^6$. Найти его вещественную и мнимую части, а затем комплексно сопряженное ему число w и убедиться, что $w+z=2\text{Re}(z)$.

В командной строке наберите:

> z := (2-3*I) / (1+4*I) + I^6 :

> Re(z) ; Im(z) ;

$$-\frac{27}{17}$$

$$-\frac{11}{17}$$

> w := conjugate(z) ;

$$w := -\frac{27}{17} + \frac{11}{17}I$$

> z+w ;

$$-\frac{54}{17}$$

3. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 - i\sqrt{3}$ и вычислить z^4 . Наберите:

> z := -1 - I*sqrt(3) :

> readlib(polar) : polar(z) ;

$$\text{polar}\left(2, -\frac{2}{3}\pi\right)$$

Чему равен модуль и аргумент этого числа?

> evalc(z^4) ;

$$-8 - 8\sqrt{3}I$$

Литература

Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.