Рекуррентные сети

Лекция 10

Классификация

- с учителем
- без учителя
- их сочетание - веса настраивают однократно на основе информации извне, то есть запоминает образцы до поступления реальных данных и не меняется в процессе!

Сети Хопфилда и Хемминга для организации ассоциативной памяти

Рекуррентные сети, обратная связь

Ассоциативная память

Задача. Известен набор из m двоичных сигналов - образцы (изображения, оцифрованный звук, данные описывающие характеристики объектов или процессов) $X^1,...X^m$. На вход подается неидеальный зашумленный сигнал. Требуется либо восстановить его, либо определить класс принадлежности.

К какому из образцов ближе поданный сигнал

АП- система, определяющая взаимную зависимость векторов

- если компоненты одного и того же вектора, то говорят об **автоассоциативной памяти (**сеть Хопфилда **)**
- 2 различных вектора, то **память гетероассоциативного типа** (сеть Хемминга и ДАП [BAM-Bidirectional Associative Memory])

Мера близости отдельных множеств

Расстояние Хемминга - число несовпавших компонент двух векторов $y=(y_1,...,y_n)$ и $d=(d_1,...,d_n)$

$$d_H(y,d)=\sum_{i=1}^{n}(d_i(1-y_i)+y_i(1-d_i))$$

Если используются двоичные значения 0 и 1

$$d_H(y,d)=\frac{1}{2}(n-\sum_{i=1}^{n}d_i y_i)$$

Если используются биполярные значения -1 и 1

Если y=d, то мера Хемминга =0

Сеть Хопфилда

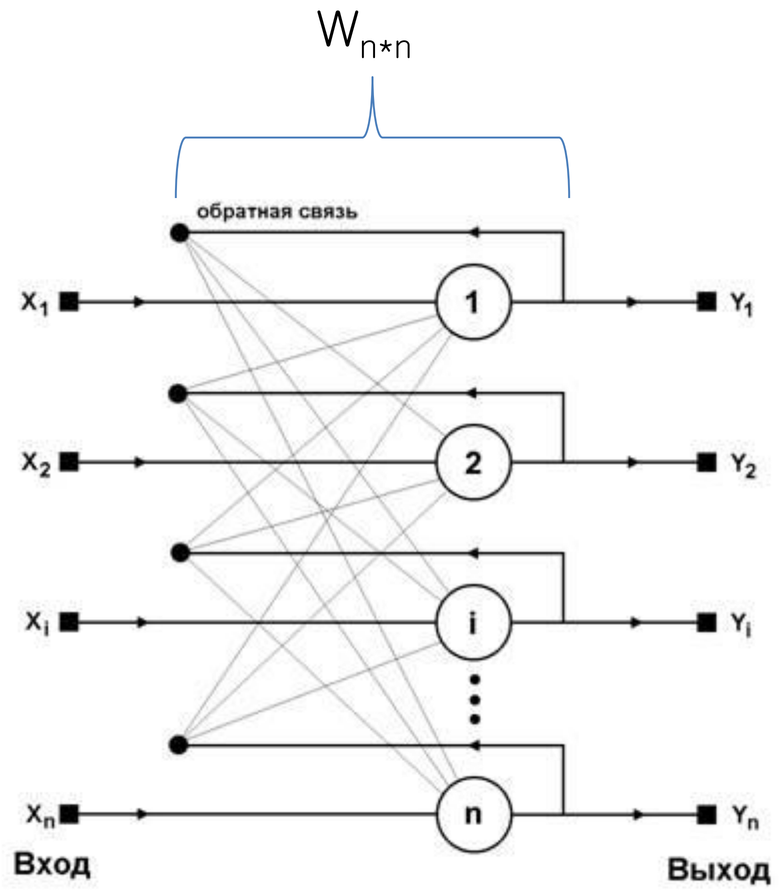
Задача. Дан набор из m образцов

$$X = \begin{matrix} X^1 \\ \dots \\ X^m \end{matrix} = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_n^1 \\ x_1^2 & & \dots & x_n^2 \\ \dots & & & \dots \\ x_1^m & x_2^m & \dots & x_n^m \end{pmatrix}$$

при этом $x_i^k = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}, i = 1..n, k = 1..m$

Подается искаженный сигнал X* , требуется восстановить сигнал, т.е. получить $X^k = X^*$. В случае неудачи – новый сигнал(не образец)

Сеть Хопфилда. Структура



Отсутствует автосвязь
Симметричная матрица весов $W=W^T$

На достижение устойчивого состояния влияет ещё режим работы сети

- Синхронный режим
- Асинхронный режим

Ниже будет показано, что только асинхронный режим работы сети гарантирует достижение устойчивого состояния сети, в синхронном случае возможно бесконечное переключение между двумя разными состояниями (такая ситуация называется динамическим аттрактором, в то время как устойчивое состояние принято называть статическим аттрактором)

Сеть Хопфилда

2 режима:

- Обучение – определяется W
- Классификация – подается искаженный сигнал X* и вычисляется выходной сигнал Y

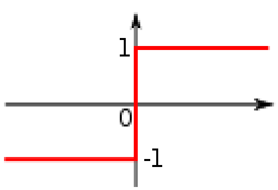
Сеть Хопфилда. Классификация

1. Y(0)=X*
2. Рассчитывается новое состояние

$$y_j(t) = f(\sum_{i=1}^{n} w_{ij} y_i(t-1)),\ j = 1..n$$

3. Сравнивается Y(t) с Y(t–1) – мера Хемминга, если равны с точностью e, то стоп, иначе t+1, переход к ш2

f – функция активации



пока состояния $Y(t)$ и $Y(t+1)$ не совпадут
(или, в случае синхронного режима работы, не совпадут $Y(t-1)$ и $Y(t+1)$
и одновременно $Y(t-2)$ и $Y(t)$.
Именно этот процесс называется конвергенцией сети. Полученное устойчивое состояние $Y(t)$ (статический аттрактор), или, возможно, в синхронном случае пара $Y(t)$ и $Y(t+1)$ (динамический аттрактор), является ответом сети на данный входной образ.

Во время работы сети Хопфилда признаком нахождения решения является момент, когда достигается аттрактор, статический (когда на каждом следующем шаге повторяется устойчивое состояние Y(t)) или, возможно, динамический (когда до бесконечности чередуются два разных состояния Y(t) и Y(t+1)). Это конечное состояние сети и является её реакцией на данный образ.

Нормальным ответом является такое устойчивое состояние, которое совпадает с одним из запомненных при обучении векторов. Но при некоторых условиях (в частности, при слишком большом количестве запомненных образов) результатом работы может стать так называемый ложный аттрактор («химера»), состоящий из нескольких частей разных запомненных образов. В синхронном режиме сеть может к тому же прийти к динамическому аттрактору. Обе эти ситуации в общем случае являются нежелательными, поскольку не соответствуют ни одному запомненному вектору — а соответственно, не определяют класс, к которому сеть отнесла входной образ.

Сеть Хопфилда. Обучение Хебба

$$w_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{m} x_i^k x_j^k, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}$$

или

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{m} x_i^k x_j^k, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}$$

Недостатки: емкость m=0,13n при e=0.01 до 0.15n

$$m \approx \frac{n}{2\ln n}$$

Хорошо запоминает взаимно ортогональные вектора или близкие к ним

Важной характеристикой нейронной сети является отношение числа ключевых образов M, которые могут быть запомнены, к числу нейронов сети N: $a = M/N$

Для сети Хопфилда значение a не больше 0.14.

Синхронный режим работы сети (редко)

Если работа сети моделируется на одном процессоре, то при синхронном режиме последовательно просматриваются нейроны, однако их состояния запоминаются отдельно и не меняются до тех пор, пока не будут пройдены все нейроны сети. Когда все нейроны просмотрены, их состояния одновременно (то есть синхронно, отсюда и название) меняются на новые. Таким образом, достигается моделирование параллельной работы последовательным алгоритмом. (время передачи сигнала – одинаковое)

Асинхронный режим работы сети

Если моделировать работу сети как последовательный алгоритм, то в асинхронном режиме работы состояния нейронов в следующий момент времени меняются последовательно: вычисляется локальное поле для первого нейрона в момент t, определяется его реакция, и нейрон устанавливается в новое состояние (которое соответствует его выходу в момент t + 1), потом вычисляется локальное поле для второго нейрона с учётом нового состояния первого, меняется состояние второго нейрона, и так далее — состояние каждого следующего нейрона вычисляется с учетом всех изменений состояний рассмотренных ранее нейронов.

вне зависимости от количества запомненных образов и начального состояния сеть непременно придёт к устойчивому состоянию

Сеть Хопфилда. Обучение проекцией

Подобрать W, чтобы WX=X, тогда

$W=XX^{+}$ или, если образцы – линейно независимы, то упрощается до

$W=X(X^{T}X)^{-1}X^{T}$ или в итерационной форме для образцов X^{k}, $k=1..m$:

$W^{0}=0$

$Y^{k}=(W^{k-1}-E)X^{k}$

$Wk=W^{k-1}-(Y^{k}Y^{kT})/(Y^{kT}Y^{k})$

Емкость m до n–1

Сеть Хопфилда

Модификация – Δ-проекция – градиентная форма алгоритма минимизации.

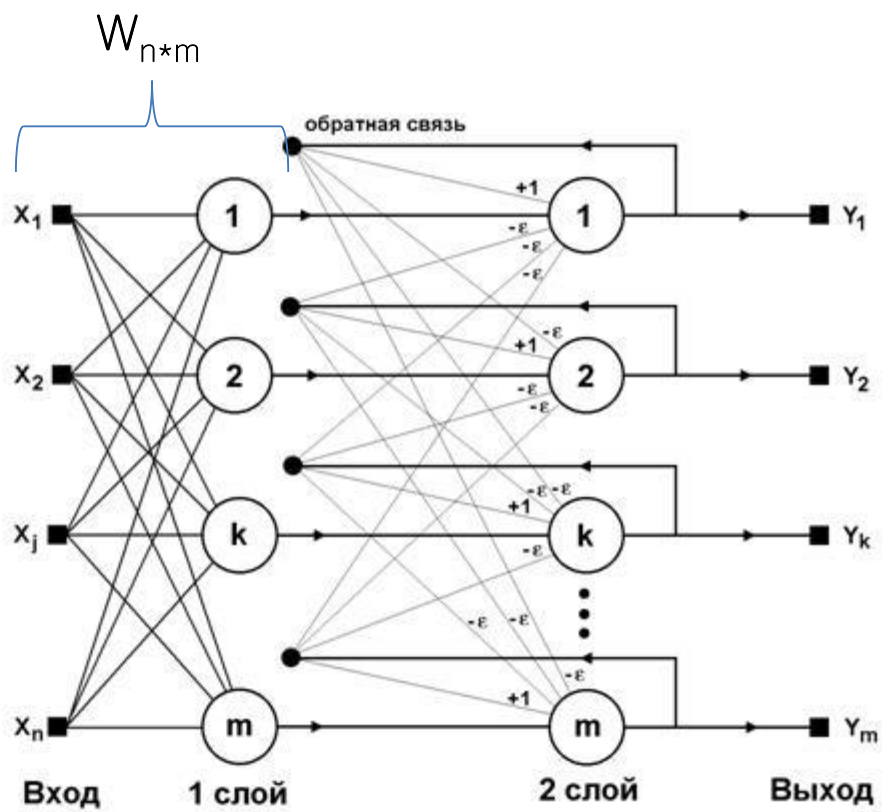
Многократно применяется на множестве образцов вплоть до стабилизации:

$W=W+(h/n)(X^k-WX^k)X^{kT}$, $h\in(0.7,0.9)$

Сеть Хемминга

- Бинарные сигналы
- Результат – номер класса, т.е. $Y=(y_1,\cdots,y_m)$, $y_j=1$, то j – номер класса сигнала X^*
- Меньше памяти

Сеть Хемминга. Структура



$$0 < \varepsilon \le \frac{1}{m}$$

Сеть Хемминга.

- Обучение

$$w_{ij} = x_i^j, i = 1..n,\ j = 1..m \text{ или } w_{ij} = \frac{x_i^j}{2}, i = 1..n,\ j = 1..m$$

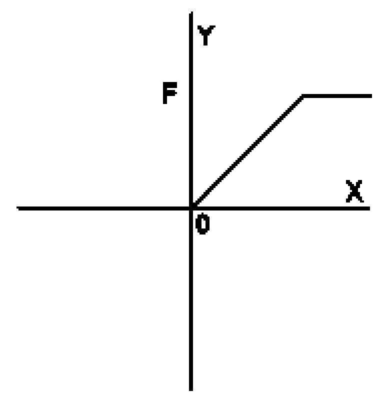
- Классификация:

первый слой $y_j^1 = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} x_i^* + \frac{n}{2},\ j = 1..m$

второй слой $y_j^2(0) = y_j^1$

$$y_j^2(t) = f\left(y_j^2(t-1) - \varepsilon \sum_{i=1, i \neq j}^{m} y_i^2(t-1)\right),\ j = 1..m$$

Сравнивается $y^2(t), y^2(t-1)$



Функция активации f

Сеть Хемминга.

- Выходной сигнал – WTA «победитель забирает все»

$$y_j = \begin{cases} 1, & y_j = \max_i(y_i) \\ 0, & \textit{в противном случае} \end{cases}$$