

## Занятие 5 (Часть 2)

### Основы математического анализа

1. Найти предел последовательности при  $n \rightarrow \infty$ .

№	P
1	$(1+1/n)^n$
2	$(-2^n+3^n)/(-2^{n+1}+3^{n+1})$
3	$2^n/n!$
4	$n/2^n$
5	$n \cdot q^n, 0 < q < 1$

2. Построить графики функций. Исследовать функции на непрерывность.

№	F
1	$\sqrt{1-x^2}$
2	$x/(1-x^2)$
3	$1/(x+1)+1/(x-1)-2/x$
4	$(x+1)^*(x-2)/(x-1)/(x-2)$
5	$(x^2-4*x+3)/(x+1)$

3. Найти предел функций.

№	F	x
1	$(x^2-1)/(2*x^2-x-1)$	0
2	$((1+x)^5-(1+5*x))/(x^2+x^5)$	0
3	$(x^m-1)/(x^n-1)$	1
4	$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}/\sqrt{x+1}$	infinity
5	$(x^{1/2}+x^{1/3}+x^{1/2})/(2*x+1)^{1/2}$	infinity

4. Найдите первую и вторую производную для функций.

№	F
1	$x*\sqrt{1+x^2}$
2	$x*\ln(x)$
3	$x*\sin(\ln(x)+\cos(\ln(x)))$
4	$\exp(1)^{-x^2}$
5	$(1+x^2)*\arctan(x)$

5. Проинтегрируйте функции.

№	F
1	$(1-x)*(1-2*x)*(1-3*x)$
2	$((1-x)/x)^2$
3	$(1+x)/\sqrt{x}$
4	$\sin(1/x)/x$
5	$1/x/\sqrt{x^2+1}$

6. Найдите определенный интеграл.

№	f, x
1	$\sin(x), x=0..Pi$
2	$\text{abs}(1-x), x=0..2$
3	$1/x, x=-1..1$
4	$\sqrt{1+\cos(2*x)}, x=0..2*Pi$
5	$x^{1/3}, x=-1..8$

7. Вычислите произведение.

№	f, x
1	$\sin((n-1)*Pi/n), n=1..10$
2	$(n+1)/n, n=1..10$
3	$\sqrt{n/(n+1)}, n=1..10$
4	$2^{1/n}/n, n=1..10$
5	$(1+1/n^2), n=1..10$

8. Разложить функцию в ряд Тейлора.

№	F
1	$(1+x+x^2)/(1-x+x^2), x=0, \text{Order}=7$
2	$(a^m+x)^{1/m}, x=0, \text{Order}=5$
3	$\exp(1)^{(2*x-x^2)}, x=0, \text{Order}=7$
4	$x/(\exp(1)^x-1), x=0, \text{Order}=5$
5	$\ln(\cos(x)), x=0, \text{Order}=9$

9. Для функций из предыдущего задания найти 3-й, 5-й и 7-й коэффициенты ряда Тейлора.

**10.** Разложить функцию в ряд с помощью команды series.

№	F
1	$(\sin(x^3))^{1/3}, x=\pi/3, \text{Order}=7$
2	$\sin(\sin(x)), x=\pi/3, \text{Order}=5$
3	$\ln(\sin(x)/x), x=\pi/3, \text{Order}=7$
4	$\sin(x)-\cos(x), x=\pi/3, \text{Order}=5$
5	$\tan(x), x=\pi/3, \text{Order}=9$

**11.** Исследовать на экстремум следующие функции. Подтвердить результаты графически.

№	F
1	$2+x-x^2$
2	$x^{1/3}(1-x)^{2/3}$
3	$\cos(x)+\cosh(x)$
4	$(x+1)^{10} \cdot \exp(1)^{-x}$
5	$2-x^2 \cdot (2+\sin(1/x))$

**12.** Найти наибольшее и наименьшее значение функций.

№	F
1	$2^x, x=-1..5$
2	$x^2-4x+6, x=-3..10$
3	$\sqrt{5-4x}, x=-1..1$
4	$x+1/x, x=0.01..100$
5	$\text{abs}(x^2-x+2), x=-1..1$

**13.** Решите уравнения с помощью команды solve. Примените к найденному решению команду evalf с указанием количества знаков после запятой.

№	F
1	$x^4-x^3+1$
2	$\cos(x^2)-2 \cdot \cos(x)-x$
3	$x^3-\cos(x)$
4	$\sin(x+1)-x^2$
5	$\text{abs}(x^2-x^3+2)$

**14.** Выполните команду `_EnvAllSolutions:=true`. Решите уравнения с помощью команды `solve`. Примените к найденному решению команду `evalf` с указанием количества знаков после запятой.

№	F
1	$\sin(x/2)$
2	$\cos(2x)$
3	$\sin(x/2) + \cos(x/4)$
4	$\cos(\sin(x/2))$
5	$\cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$

Выполните команду `_EnvAllSolutions:=false`. Решите уравнения с помощью команды `solve`.

### Контрольные вопросы

1. Как найти вторую производную функции?
2. Какой найти определённый интеграл?
3. Как найти предел функции?
4. Как найти сумму последовательности?
5. Как найти произведение последовательности?
6. Как найти экстремумы функции?
7. Как определить является ли функция непрерывной?
8. Как найти максимум и минимум функции?
9. Как разложить функцию в ряд Тейлора?
10. Как найти коэффициент ряда Тейлора?

### Контрольные задания

1. Исследуйте функцию  $\sin(x^2)$  на экстремальные точки,
2. Найдите 1-ю и 2-ю производные функции  $\sin(x^2)$ .
3. Проинтегрируйте функцию  $\sin(x^2)$ .
4. Разложите функцию  $\sin(x^2)$  в ряд Тейлора.

**Домашнее задание.** Придумайте замечательную функцию. Исследуйте ее на непрерывность, найдите экстремальные точки, найдите нули функции, постройте ее график, постройте график первой и второй производной, разложите функцию в ряд Тейлора, проинтегрируйте функцию.