

Тема 4 а)

Контрольные задания.

Вычисление пределов и дифференцирование

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x$.
2. Дана последовательность, заданная общим членом $x_n = \frac{n^2 + 1}{3n^2 - 4} + \frac{\sqrt{n} + 5}{n + 2}$. Найти ее предел при $n \rightarrow \infty$
3. Найти пределы функции $y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}$ при $x \rightarrow +0$ и при $x \rightarrow -0$.
4. Найти первую и вторую производную функции $y = x + \sin x$
5. Найти производную $\frac{d^5}{dx^5}(\ln x)$.

Исследование функции

6. Определите средствами Maple точки разрыва и виды разрывов для заданных ниже функций. Исследуйте указанные функции с помощью команд **iscont**, **discount**, **singular**. Вычислите односторонние пределы в точке разрыва для определения характера разрыва. При необходимости вычислите производные в точках. Постройте графики указанных функций.
 - 1) $y = \frac{\sin x}{x}$
 - 2) $y = \text{signum}(x)$
 - 3) $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$
 - 4) $y = e^{\frac{1}{x}}$
 - 5) $y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
 - 6) $y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$.
7. Найти локальные экстремумы (с указанием характера экстремума) и точки экстремумов функций: $y = \arctan(x) - \frac{\ln(1 + x^2)}{2}$, $y = x^4 - x^2$.
8. Найти экстремумы функции на заданном интервале: $f(x) = x \sin x + \cos x - x^2 / 4$, $x \in [-1, 1]$ и указать их характер.
9. Построить график функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$ с указанием координат экстремумов на рисунке.
10. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2(x-1)}{x+1}$.

Интегрирование

11. Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x^2 + 8}$.
12. Вычислить определенные интегралы $\int_1^2 2x^2 dx$, $\int_{-2}^2 \operatorname{tg}(x) dx$
13. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(ax)\cos(bx)dx}{x}$ при $a > 0$ $b > 0$ для случаев $a > b$, $a = b$, $a < b$.
14. Численно найти интеграл $\int_{0,1}^{0,2} \frac{\sin(3x)e^{-x^2}}{x^4} dx$.
15. Полностью проделать все этапы вычисления интеграла $\int_0^{\pi/2} x^3 \cos x dx$ по частям.
16. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 - 4\sin x + 3\cos x}$ с помощью универсальной подстановки $\operatorname{tg}(x/2) = t$.

Литература

Саботченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.