

## Тема 4 а)

### Контрольные задания

#### Вычисление пределов и дифференцирование

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x$ .
2. Дана последовательность, заданная общим членом  $x_n = \frac{n^2 + 1}{3n^2 - 4} + \frac{\sqrt{n} + 5}{n + 2}$ . Найти ее предел при  $n \rightarrow \infty$
3. Найти пределы функции  $y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}$  при  $x \rightarrow +0$  и при  $x \rightarrow -0$ .
4. Найти первую и вторую производную функции  $y = x + \sin x$
5. Найти производную  $\frac{d^5}{dx^5}(\ln x)$ .

#### Исследование функции

6. Определите средствами Maple точки разрыва и виды разрывов для заданных ниже функций. Исследуйте указанные функции с помощью команд **iscont**, **discont**, **singular**. Вычислите односторонние пределы в точке разрыва для определения характера разрыва. Постройте графики указанных функций.
  - 1)  $y = \frac{\sin x}{x}$
  - 2)  $y = \text{signum}(x)$
  - 3)  $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$
  - 4)  $y = e^{\frac{1}{x}}$
  - 5)  $y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
  - 6)  $y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$ .
7. Найти локальные экстремумы (с указанием характера экстремума) и точки экстремумов функций:  $y = \arctan(x) - \frac{\ln(1 + x^2)}{2}$ ,  $y = x^4 - x^2$ .
8. Найти экстремумы функции на заданном интервале:  $f(x) = x \sin x + \cos x - x^2 / 4$ ,  $x \in [-1, 1]$  и указать их характер.
9. Построить график функции  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  с указанием координат экстремумов на рисунке.
10. Провести полное исследование функции  $y = \frac{x^2(x-1)}{x+1}$  по схеме (см. стр. 8 в Теме 4а).

## Интегрирование

11. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x^2 + 8}$ .
12. Вычислить определенные интегралы  $\int_1^2 2x^2 dx$ ,  $\int_{-2}^2 \operatorname{tg}(x) dx$
13. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(ax)\cos(bx)dx}{x}$  при  $a > 0$   $b > 0$  для случаев  $a > b$ ,  $a = b$ ,  $a < b$ .
14. Численно найти интеграл  $\int_{0,1}^{0,2} \frac{\sin(3x)e^{-x^2}}{x^4} dx$ .
15. Полностью проделать все этапы вычисления интеграла  $\int_0^{\pi/2} x^3 \cos x dx$  по частям.
16. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$  с помощью универсальной подстановки  $\operatorname{tg}(x/2) = t$ .

## Литература

Саботченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.