

**Модуль 2 «Математический анализ, линейная алгебра и векторный анализ в Maple».**  
**Задания для повторения**

**Задание 1.** Исследовать функцию  $y = 2x - \sqrt[3]{x^2}$  на непрерывность, найти точки разрыва, точки сингулярности, точки отсутствия гладкости (если есть) средствами Maple. Найти локальные экстремумы с указанием их характера. Построить график и указать на нем точки локальных экстремумов в виде  $\text{loc max}$  ( $x_{\text{max}}$ ,  $y_{\text{max}}$ ) и  $\text{loc min}$  ( $x_{\text{min}}$ ,  $y_{\text{min}}$ ). Для вывода надписи можно использовать команду `textplot` и опцию `typeset` (см. `help`).

**Задание 2.** Исследовать заданную функцию  $f(x) = \frac{2-x^2}{1-x^4}$  по приведенной ниже схеме и построить график функции. Все выводы должны быть подкреплены соответствующими исследованиями (вспомнить определения из курса математического анализа!) и использованием необходимых команд Maple.

1. Исследование на четность/нечетность
2. Область определения функции, точки разрыва и их характер (при необходимости исследовать точки разрыва по определению, вычислив односторонние пределы и производные в этих точках).
3. Уравнения вертикальных и наклонных асимптот (если есть асимптоты)
4. Исследование функции на локальные экстремумы (минимальные и максимальные значения функции, точки минимума и максимума с помощью команд `extrema`, `minimize`, `maximize`)
5. График функции:
  - а) Общий вид графика
  - б) Часть графика в районе локальных экстремумов (если требуется)

**Задание 3.** Найти частичные суммы ряда Маклорена функции  $f = x^3 \text{arccot } x$  для  $n=3..10$ . Построить в одних осях графики самой функции и ее приближений в виде частичных сумм ряда Маклорена двумя способами: 1) с помощью команд `taylor` и `plot`, 2) с помощью `TaylorApproximation` пакета `Student`. Для частичной суммы при  $n=10$  визуально определить интервал изменения независимой переменной, на котором разложение в ряд наилучшим образом аппроксимирует заданную функцию.

**Задание 4.** Вычислить определенный интеграл  $\int_{-1}^2 \sqrt{x} + \sin(x) dx$ . С помощью команд пакета `student` или `Student[Calculus1]` посчитать значения левой, правой и средней Риманновых сумм, изобразите их графически (см. Лекцию 4). Выяснить, при каком количестве аппроксимирующих прямоугольников значение определенного интеграла и его средней Риманновой суммы совпадают с точностью до  $10^{-4}$ .

**Задание 5.** Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x - x^2$ ,  $y = -x$ . Для этого построить графики указанных функций и вычислить площадь с помощью интеграла.

**Задание 6.** Записать и решить систему линейных алгебраических уравнений (команда `solve`). Перевести систему в матричный вид (с помощью соответствующей команды Maple!), выделив матрицу системы  $A$  и вектор правой части  $b$ , решить матричное уравнение вида  $Ax=b$ .

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 3x + y + z = 6 \\ 2x + y + 2z = 6 \end{cases}$$

**Задание 7.** Провести спектральный анализ матрицы СЛАУ из предыдущего задания. Найти собственные числа и их кратность и соответствующие собственные векторы. Проверить найденные собственные числа и собственные векторы по определению, подставив их в уравнение  $Ax = \lambda x$ . С помощью команд Maple найти характеристический многочлен и его корни, а также Жорданову нормальную форму. Сравнить все результаты.

**Задание 8.** Дана матрица  $A := \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Найти ее определитель, обратную матрицу,

вычислить ранг и несколько норм (максимальную строчную, максимальную столбцовую и спектральную). Исследовать матрицу на симметричность, ортогональность и положительную/отрицательную определенность.

**Задание 9.** Найти градиент скалярной функции  $\varphi = x - 2y + 3z$ . Найти дивергенцию и ротор градиента  $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi$  и  $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi$ .