

Тема 7

Контрольные задания

1. Написать функциональный оператор GM и процедуру gm , которые вычисляют геометрическое среднее двух чисел. Для проверки рассмотреть целые числа и десятичные дроби, числа одинаковых и разных знаков.

Указание. Геометрическим средним чисел a и b называется \sqrt{ab} .

2. Модифицировать процедуру из предыдущего примера таким образом, чтобы их аргументами могли быть только положительные целые числа (добавить декларацию типа **posint** для аргументов). Дополнительно задать значения по умолчанию: $a=1$, $b=1$. Выполнить проверку работы процедуры и посмотреть на выдаваемые результаты (числа для проверки: 13 и 17, 13.5 и 17.5, -13 и 17, 13 и -17).

3. Написать процедуру $testSC$, которая проверяет, является ли число одновременно полным квадратом и полным кубом. В случае положительного ответа процедура должна выдавать true, в случае отрицательного ответа – false. Для проверки на полный квадрат использовать функцию **issqr(n)**, для проверки на полный куб нужно написать вспомогательную пользовательскую процедуру $IsCub$. Проверить работу процедуры на различных числах.

Указание. Можно посмотреть, как реализована процедура **issqr** в Maple (см. вывод кода процедуры на экран), и написать похожую процедуру $IsCub$, которая бы определяла, является ли число полным кубом.

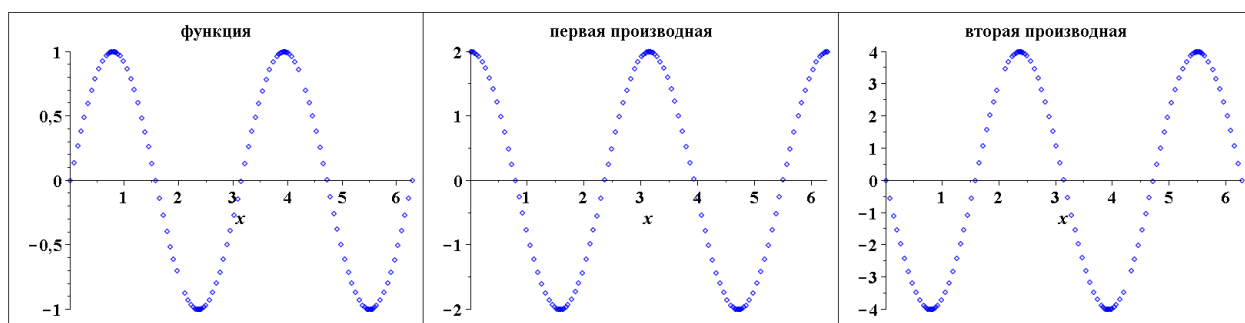
Для проверки. Первые несколько чисел, которые являются одновременно полными квадратами и кубами находятся во множестве пересечения полных квадратов и полных кубов $SCset$.

```
> SQR := {i^2 $ i = 1..1000} : CUB := {i^3 $ i = 1..100} : SCset := SQR ∩ CUB
```

4. Модифицировать процедуру из предыдущего примера таким образом, чтобы она могла принимать как один, так и несколько аргументов (т.е. тестировать сразу несколько чисел).

Указание. Использовать зарезервированные имена **_passed** и **_npassed**.

5. Написать процедуру $PlotDerivatives$, которая выводит график функции, ее первой производной и ее второй производной на трех рисунках, расположенных рядом. Процедура должна содержать два обязательных аргумента: функцию (тип **algebraic**) и интервал вывода графика по оси абсцисс (тип **range(realcons)**). Остальными аргументами могут быть опции графического вывода, которые должны передаваться непосредственно в графические команды **plot**. Вывести подходящий заголовок для каждого графика, например:



Протестировать работу процедуры на командах:

```
> plotDerivatives(arcsin(x), -1..1);
> plotDerivatives(sin(2*x), 0..2*Pi, color=blue, style=point,
font=[TIMES, BOLD, 16]);
```

Указание. Использовать зарезервированное имя `_rest` и подключить пакет `plots` в теле процедуры. Для вывода трех графиков, расположенных рядом, задать массив `1x3` из трех команд `plot` и использовать команду `display` из пакета `plots` для вывода этого массива на экран. Задание массива:

```
A:=Array(1..3, [plot(...), plot(...), plot(...)]); display(A)
```

6. Написать рекурсивную процедуру *myfactorial*, которая вычисляет $n!$ для любого неотрицательного целого n (тип `nonnegint`) без использования знака факториала. При несоответствии типа аргумента процедура должна выводить сообщение о том, что число не является натуральным и возвращать само число.

Указание. Использовать команду `return` в теле процедуры. Рекуррентная формула для вычисления $n!$ имеет вид:

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ (n-1)! \cdot n, & n \geq 1. \end{cases}$$

Для проверки. Использовать команду `n!`

7. Написать процедуру *DigitCount2*, которая вычисляет сумму цифр заданного двузначного натурального числа. Использовать декларацию типа для аргумента (тип `posint`). В случае, если заданное число не является двузначным, организовать аварийный выход из процедуры с сообщением об ошибке (использовать команду `error` с подстановкой значения введенного числа). Проверить работу процедуры.

Указание. Для получения частного и остатка от деления на 10 можно использовать команды `iquo(n, 10)` и `irem(n, 10)`.

8. Задать функцию $e^x \cdot \sin(x)$. Найти производные этой функции с первой по шестую. Сохранить результат (шесть производных) в два разных файла: файл внутреннего формата Maple (расширение `.m`) и обычный файл Maple (расширение `.mw`). Считать полученный `m`-файл и вывести значение пятой производной. Открыть `mw`-файл и посмотреть его содержимое.

9. Вычислить приближенные значения производных функции из предыдущего задания при $x = \frac{\pi}{3}$. Используя команду **fprintf**, записать эти значения в текстовый файл в две строки в формате float, значения разделять пробелами (символ перехода на новую строку: **\n**). Открыть и посмотреть полученный текстовый файл. Считать и вывести на экран строки полученного файла, используя команды **readdata** и **readline**. Сравнить результаты.

Дополнительные задания (бонусные баллы)

10. С помощью ассистента Maplet Builder создать графическое приложение Maplet, которое предлагает пользователю ввести функцию одной переменной (“Enter a function f(x)”) и по нажатию кнопок выводит график самой функции, а также значения и графики ее первой и второй производной. *Указание.* Для вывода значения производной можно использовать поле TextField (для которого установить свойство `editable=false`, т.е. не редактируемое текстовое поле).
11. Написать процедуру *backsub*, которая решает систему линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с верхнетреугольной матрицей A методом обратной подстановки. Метод состоит в следующем. Сначала вычисляется последняя неизвестная $x_n = b_n / a_{nn}$, затем оставшиеся неизвестные вычисляются по правилу:

$$x_k = \frac{b_k - \sum_{j=k+1}^n a_{kj}x_j}{a_{kk}} \text{ для } k = n-1, n-2, \dots, 1..$$

Процедура должна включать:

- декларацию типов аргументов (Matrix, Vector)
- подключение необходимых пакетов
- проверку типов аргументов и вывод соответствующих пользовательских сообщений об ошибках
- вывод сообщений об ошибках в случаях, если размеры матрицы не соответствуют размерам вектора, матрица не является верхнетреугольной, матрица является вырожденной.

Протестировать работу процедуры на заданном примере и произвольной матрице. Сравнить результат с работой команд **BackwardSubstitute** и **LinearSolve** пакета **LinearAlgebra**.

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 &= 8 \\ 4x_2 - x_3 + 2x_4 &= -3 \\ 2x_3 + 3x_4 &= 11 \\ 5x_4 &= 15 \end{aligned}$$

Затем попробовать ввести не весь набор аргументов, аргументы неверного типа, избыточное количество аргументов, и посмотреть, какие выдаются сообщения об ошибках. В каких случаях выдаются пользовательские сообщения об ошибках?

Указание. Матрицу из примера можно задать командой

```
M:=Matrix(4,[[3],[-2,4],[1,-1,2],[-1,2,3,5]],shape=triangular,scan=columns);
```

Произвольная матрица:

```
M:=RandomMatrix(4,outputoptions=[shape=triangular]);
```

```
M:=RandomMatrix(4,outputoptions=[shape=triangular,datatype=float 1]);
```

Для определения, является ли матрица верхнетреугольной, можно привести ее к верхнетреугольной форме и сравнить полученную матрицу с исходной. Команда сравнения матриц на равенство элементов: **Equal** из пакета **LinearAlgebra**.