

Тема 8

Контрольные задания

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 2y' - 3y = xe^{4x} \sin x$$

2. Найти фундаментальную систему решений дифференциального уравнения:

$$y''' + y'' = 1 - 6x^2 e^{-x}$$

3. Найти решение краевой задачи: $y'' - y = 2 \cdot x$, $y(0) = 0$, $y(1) = -1$. Проверить полученное решение.

4. Найти решение задачи Коши: $y''' - y' = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 1$

5. Найти решение системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'' + 5x' + 2y' + y = 0 \\ 3x'' + 5x + y' + 3y = 0 \end{cases}$$

при начальных условиях $x(0)=1$, $x'(0)=0$; $y(0)=1$.

6. Найти решение системы уравнений и выполнить проверку:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\ddot{y} + \dot{y} + x - 2y = 0, \\ 4\ddot{y} - 2\ddot{x} - \dot{x} - 2x + 4y = 0. \end{cases}$$

7. Найти решение нелинейного уравнения $y'' + y = y^2$ при начальных условиях $y(0)=2a$, $y'(0)=a$ в виде разложения в степенной ряд до 6-го порядка.

8. Построить график численного решения задачи Коши $y' = \sin(xy)$, $y(0)=1$.

9. Решить численно задачу Коши: $y'' = xy' - y^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. Найти приближенное решение этого уравнения в виде разложения в степенной ряд. Построить на одном рисунке графики полученных решений. Подписать кривые в виде легенды.

10. Построить график численного решения задачи Коши $y'' - xy' + xy = 0$, $y(0)=1$, $y'(0)=-4$ на интервале $[-1.5; 3]$, используя команду **DEplot**. Задать красный цвет для кривой.

11. Построить фазовый портрет линейной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}$$

при нескольких начальных условиях, которые следует подобрать самостоятельно для наилучшей наглядности рисунка. Использовать три способа: **DEplot**, **phaseportrait** (фазовый портрет и поле направлений) и **dfieldplot** (только поле направлений). Задать синий цвет для кривых и крупный размер стрелок. Определить характер особой точки, вычислив корни характеристического многочлена матрицы системы (см. дополнительные материалы к теме 8).

Литература

Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г. Методы решения математических задач в Maple: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.