

Задачи включают параметры a, b, ω, m, n . Параметры определяются по номеру варианта. Соответствие между ними устанавливает известный вам список.

1. Дан эллиптический вихрь Кирхгофа интенсивности

$$\bar{\Omega} = \frac{\max(a, b, \omega, m, n)}{a + b + \omega + m + n} \quad (1)$$

и полуосями $A > B$, которые заданы так

$$A = \max(a, b), \quad B = \min(a, b). \quad (2)$$

Введите две подвижные системы координат, вращающиеся вместе с указанным вихрем: (а) декартовы координаты Oxy , в которых граница вихря совпадает с эллипсом

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1, \quad A > B; \quad (3)$$

(б) эллиптические координаты так ξ, η , в которых эллипс (3) задаётся уравнением $\xi = \text{const} > 0$, а азимутальная координата η отсчитывается от положительного луча оси Ox .

1.1. Найдите явные выражения функции тока в указанных подвижных системах координат (с учётом добавки от вращения). Внутри вихря выразите функцию тока через декартовы координаты x, y , а вне – через эллиптические координаты ξ, η .

1.2. Визуализируйте поле скорости материальных частиц и несколько их траекторий (линий тока) внутри вихря. Картину течения представьте в указанных выше декартовых координатах. Наложите на неё изображение эллипса (3). Визуально проконтролируйте совпадение границы вихря с одной из линий тока.

1.3. Визуализируйте поле скорости материальных частиц и несколько их траекторий (линий тока) вне вихря. Картину течения представьте в указанных выше эллиптических координатах. Наложите на неё изображение эллипса (3) в этих координатах. Визуально проконтролируйте совпадение границы вихря с одной из линий тока.

Примечание. Используйте команду `DEplot` из пакета `DEtools`. Она позволяет визуализировать линии тока вместе с полем скорости.

1.4. Визуализируйте движение материальных частиц вне вихря. С этой целью итерируйте отображение сдвига вдоль траекторий материальных частиц (определённых найденной вами функцией тока) за один период обращения вихря вокруг своего центра. Указанное отображение вычисляйте одновременно для «облака» материальных частиц, изначально располагавшихся в точках, заданных эллиптическими координатами

$$(\xi_k, \eta_m), \quad k = 0..5, \quad m = 1..20, \quad \eta_m = \frac{(m-1)\pi}{10}, \quad \xi_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{A+B}{A-B}, \quad \xi_k = \xi_0 + h_k, \quad 0 < h_k < 1, \quad k = 1..5.$$

Числа h_k выберите самостоятельно. Анимировать движение облака для 30 периодов. За счёт выбора h_k добейтесь, чтобы динамика облака была достаточно интенсивна. Визуально убедитесь, что граница вихря состоит из одних и тех же частиц. Более того, в вашем случае граничные частицы вообще не должны двигаться. Это обстоятельство даёт дополнительную возможность контроля решения.