

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**Южный федеральный университет**

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И.Воровича

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе №4

Дисциплина: Компьютерная графика.

Выполнили:

Студентки группы 4.2

Бриних К.В. и Жинкина А.А.

Преподаватель:

ассистент

Землякова И.А.

Ростов-на-Дону

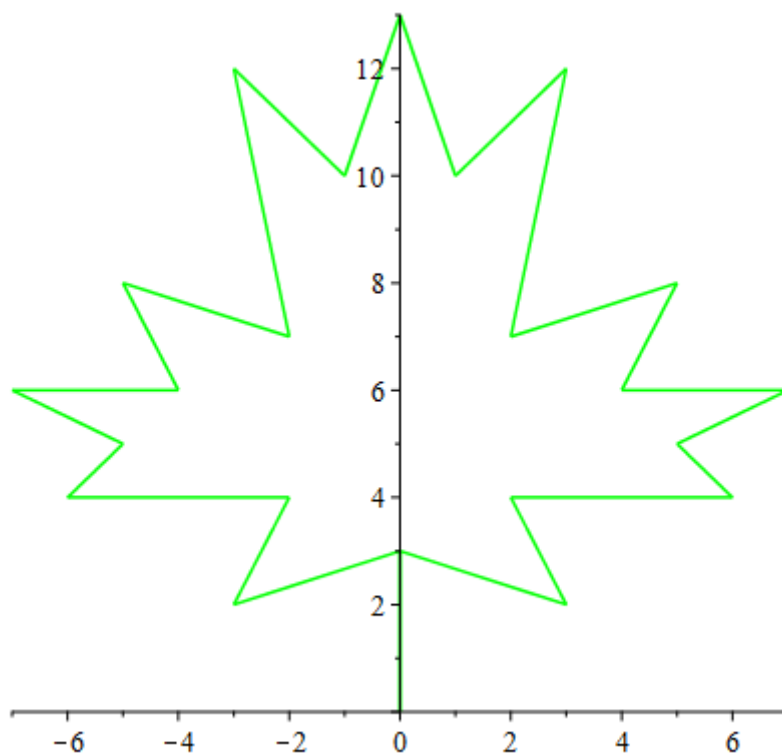
2019

# 1. Постановка задачи и выбор объекта.

Задача:

1. Составить программу для реализации нескольких форм построения сплайновых кривых линий (однопараметрические множества).
2. Провести сравнение условий гладкости кривых, построенных разными способами по одному и тому же точечному базису.

Объект : Лист



## 2. Краткое математическое описание выполняемых геометрических преобразований (единичных преобразований и композиций) в матричной форме.

Форма Эрмита.

Зададим концевые точки  $P_1$  и  $P_4$  и касательные векторы  $R_1$  и  $R_4$ .

$$\begin{aligned}x(t) &= T \times Mh \times Ghx, \\y(t) &= T \times Mh \times Ghy, \\z(t) &= T \times Mh \times Ghz,\end{aligned}$$

где  $T$  – вектор-строка степени  $t$ ;  $Mh$  – Эрмитова матрица;  $Gh$  – геометрический вектор Эрмита

$$Mh = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Ghx = \begin{pmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \end{pmatrix}$$

### Форма Безье.

Форма Безье очень близка к эрмитовой форме, однако отличается от неё заданием касательных векторов в конечных точках. В форме Безье используются четыре точки. Касательные векторы в конечных точках задаются отрезками  $P1P2$  и  $P3P4$ .

$$\begin{aligned}x(t) &= T \times Mb \times Gbx, \\y(t) &= T \times Mb \times Gby, \\z(t) &= T \times Mb \times Gbz,\end{aligned}$$

где  $T$  – вектор-строка степени  $t$ ;  $Mb$  – матрица Безье;  $Gb$  – геометрический вектор Безье.

$$Mb = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Gbx = \begin{pmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \end{pmatrix}$$

### Форма В-сплайн.

Кривая, представленная в виде кубического В-сплайна в общем случае может проходить через любые управляющие точки, однако она непрерывна и непрерывностью изменения обладают ее касательный вектор и кривизна.

$$\begin{aligned}
 x(t) &= T \times Ms \times Gsx, \\
 y(t) &= T \times Ms \times Gsy, \\
 z(t) &= T \times Ms \times Gsz,
 \end{aligned}$$

$$Ms = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad Gsx = \begin{pmatrix} Pi-1 \\ Pi2 \\ Pi+1 \\ Pi+2 \end{pmatrix}$$

### 3. Листинг программы, реализующей геометрические преобразования объекта.

```

restart; with(plots); with(LinearAlgebra);
N := 26;
Leaf := Matrix(N, 3);
Leaf[1 .. N, 1 .. -1] := Matrix([[0, 0, 1], [0, 3, 1], [3, 2, 1], [2, 4, 1], [6, 4, 1], [5, 5, 1], [7, 6, 1],
[4, 6, 1], [5, 8, 1], [2, 7, 1], [3, 12, 1], [1, 10, 1], [0, 13, 1], [-1, 10, 1], [-3, 12, 1], [-2, 7, 1], [-5, 8,
1], [-4, 6, 1], [-7, 6, 1], [-5, 5, 1], [-6, 4, 1], [-2, 4, 1], [-3, 2, 1], [0, 3, 1], [0, 0, 1], [0, 0, 1]]);
plotLeaf := plot([Leaf[1, 1], Leaf[1, 2]], [Leaf[N, 1], Leaf[N, 2]], color = green);
for i to N-1 do p1 := plot(Leaf[i .. i+1, 1 .. -2], color = green);
plotLeaf := display(plotLeaf, p1)
end do;
plotLeaf;

Mh := Matrix([[2, -2, 1, 1], [-3, 3, -2, -1], [0, 0, 1, 0], [1, 0, 0, 0]]);
T := Vector(4, Pt);
Pt := i -> t^(4-i);
plotLeafErmit := plotLeaf;
x := Vector(4); y := Vector(4);
for i to N-2 do
x[1] := Vector(Leaf[i .. i+1, 1]);
x[2] := Vector(Leaf[i .. i+1, 1]);
x[3] := evalf(Leaf[i+1, 1]-Leaf[i, 1]);
x[4] := evalf(Leaf[i+2, 1]-Leaf[i+1, 1]);
y[1] := Vector(Leaf[i .. i+1, 2]);
y[2] := Vector(Leaf[i .. i+1, 2]);
y[3] := evalf(Leaf[i+1, 2]-Leaf[i, 2]);
y[4] := evalf(Leaf[i+1, 2]-Leaf[i, 2]);
fx := t-> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, x));
fy := t-> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, y));
p1 := plot([fx(t), fy(t), t = 0 .. 1], color = red);
plotLeafErmit := display(plotLeafErmit, p1)
end do;
plotLeafErmit;

Mh := Matrix([[ -1, 3, -3, 1], [3, -6, 3, 0], [-3, 3, 0, 0], [1, 0, 0, 0]]);
T := Vector(4, Pt);
plotLeafBese := plotLeaf;
for i by 3 to N-3 do

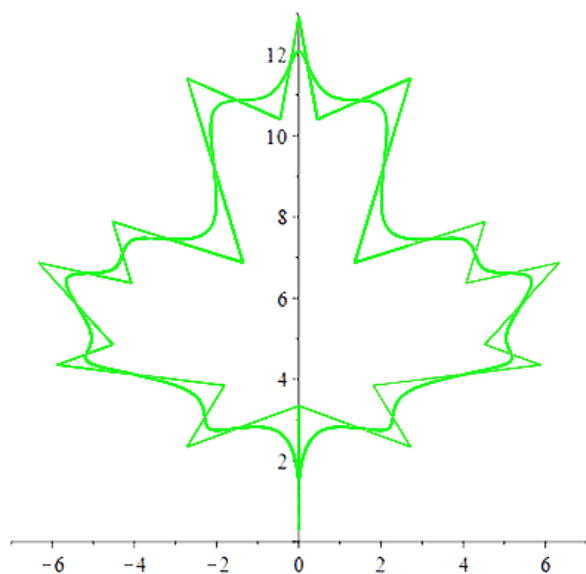
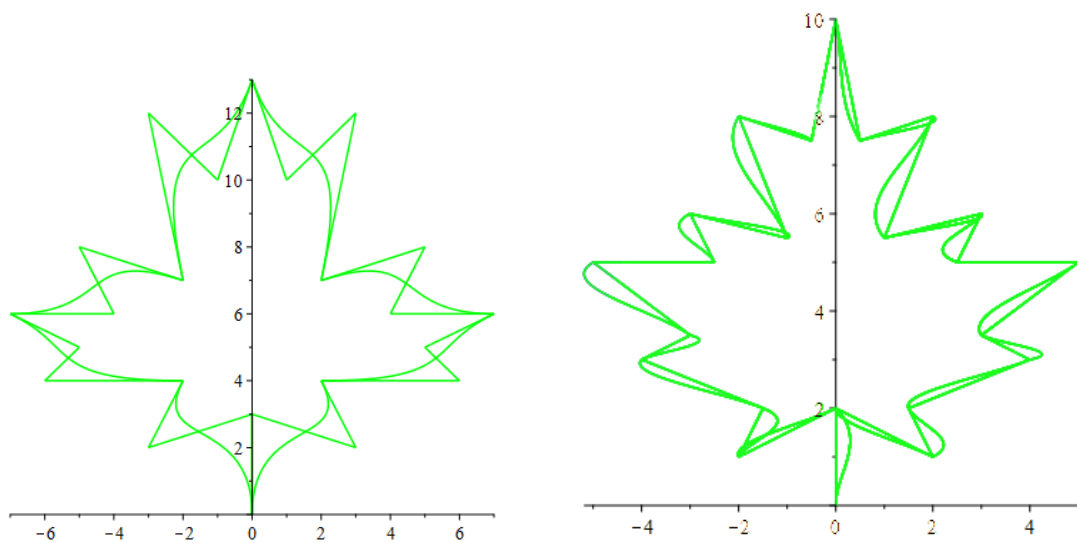
```

```

x := Vector(Leaf[i .. i+3, 1]);
y := Vector(Leaf[i .. i+3, 2]);
fx := t-> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, x));
fy := t-> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, y));
p1 := plot([fx(t), fy(t), t = 0 .. 1], color = green);
plotLeafBese := display(plotLeafBese, p1)
end do;
plotLeafBese;
Mh := Matrix([[ -1, 3, -3, 1], [3, -6, 3, 0], [-3, 0, 3, 0], [1, 4, 1, 0]]);
plotLeafSpline := plotLeaf;
T := Vector(4, Pt);
for i from 2 to N do
x := Vector(Leaf[i-1 .. i+2, 1]);
fx := t->Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, x)) ;
y := Vector(Leaf[i-1 .. i+2, 2]);
fy := t-> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, y)) ;
p1 := plot([fx(t), fy(t), t = 0 .. 1], color = green);
plotLeafSpline := display(plotLeafSpline, p1)
end do;
plotLeafSpline

```

## Результаты



## 4. Копии графического экрана.

File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Tools Window Help

Text Math Drawing Plot Animation

C 2D Output Times New Roman 12 B U

```

restart: with(plots): with(LinearAlgebra):

N := 26;
N := 26 (1)

Leaf := Matrix(N, 3):
Leaf[1..N, 1..-1] := Matrix([[0, 0, 1], [0, 3, 1], [3, 2, 1], [2, 4, 1], [6, 4, 1], [5, 5, 1], [7, 6, 1], [4, 6, 1], [5, 8, 1], [2, 7, 1], [3, 12, 1], [1, 10, 1], [0, 13, 1], [-1, 10, 1], [-3, 12, 1], [-2, 7, 1], [-5, 8, 1], [-4, 6, 1], [-7, 6, 1], [-5, 5, 1], [-6, 4, 1], [-2, 4, 1], [-3, 2, 1], [0, 3, 1], [0, 0, 1], [0, 0, 1]]):

plotLeaf := plot([Leaf[1, 1], Leaf[1, 2]], [Leaf[N, 1], Leaf[N, 2]], color = green):
for i from 1 to N - 1 do
    p1 := plot(Leaf[i, 1..-1], color = green):
    plotLeaf := display(plotLeaf, p1):
end do
plotLeaf.

#Эрхун
Mh := Matrix([[2, -2, 1, 1], [-3, 3, -2, -1], [0, 0, 1, 0], [1, 0, 0, 0]]);

```

Maple Default Profile C:\Program Files\Maple 2017 Memory: 56.28M Time: 45.87s Zoom: 100% Math Mode

File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Tools Window Help

Text Math Drawing Plot Animation

C 2D Output Times New Roman 12 B U

```

#Безье
Mh := Matrix([[ -1, 3, -3, 1], [3, -6, 3, 0], [-3, 3, 0, 0], [1, 0, 0, 0]]);

T := Vector(4, Pt):

plotLeafBese := plotLeaf:
for i from 1 to N - 3 by 3 do
    x := Vector(Leaf[i, 1..-1]):
    y := Vector(Leaf[i, 2..-1]):
    fx := t -> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, x)):
    fy := t -> Multiply(Transpose(T), MatrixVectorMultiply(Mh, y)):
    p1 := plot([fx(t), fy(t), t = 0..1], color = green):
    plotLeafBese := display(plotLeafBese, p1):
end do
plotLeafBese.

```

Maple Default Profile C:\Program Files\Maple 2017 Memory: 56.28M Time: 45.87s Zoom: 100% Math Mode

