

**Программа коллоквиума по математическому анализу**  
**(1 курс, 1 семестр, 1–3 группа, 2017/2018 уч. г.)**  
**Лектор М. Э. Абрамян**

1. Равенство отображений, сюръективное, инъективное, биективное отображение, суперпозиция отображений: определения. Теорема о суперпозиции (с доказательством).
2. Монотонные функции: определения. Теорема о строго монотонной функции (с доказательством).
3. Аксиома непрерывности вещественных чисел. Абсолютная величина вещественного числа: определение и свойства (без доказательства).
4. Точная верхняя граница числового множества ( $\sup X$ ), точная нижняя граница числового множества ( $\inf X$ ): определения на языке  $\varepsilon$ . Существование точных верхних и нижних границ для ограниченных множеств (с доказательством). Формулы для  $\sup(X + Y)$ ,  $\inf(X + Y)$ ,  $\sup(aX)$ ,  $\inf(aX)$  (случаи  $a > 0$  и  $a < 0$ ) (все формулы с доказательствами).
5. Определение сходящейся последовательности (к конечному пределу) на языке окрестностей и языке  $\varepsilon-N$ . Определение бесконечно больших последовательностей на языке окрестностей и языке  $E-N$ . Утверждение о том, что последовательность *не сходится* к конечному (бесконечному) пределу, на языке окрестностей и языке  $\varepsilon-N$  ( $E-N$ ).
6. Доказательство того, что последовательность не может сходиться к различным конечным пределам. Ограниченность сходящейся последовательности (с доказательством).
7. Теорема о сумме бесконечно малых последовательностей; теорема о произведении бесконечно малой последовательности на ограниченную последовательность (обе теоремы с доказательствами).
8. Предел суммы двух сходящихся последовательностей (с доказательством); предел произведения двух сходящихся последовательностей (с доказательством), предел частного двух сходящихся последовательностей (без доказательства).
9. Теорема 1 о переходе к пределу в неравенствах, теорема 2 («лемма о двух полицейских») (обе теоремы с доказательствами).
10. Доказательство того, что последовательность не может одновременно сходиться к конечному пределу и какому-либо из бесконечных пределов ( $+\infty$ ,  $-\infty$ ,  $\infty$ ). Доказательство того, что последовательность не может одновременно сходиться к пределам  $-\infty$  и  $+\infty$ . Предел суммы последовательностей, одна из которых имеет конечный предел, а вторая — предел  $-\infty$  или  $+\infty$  (с доказательством). Предел суммы последовательностей, каждая из которых имеет предел  $-\infty$  (с доказательством). Предел суммы последовательностей, каждая из которых имеет предел  $+\infty$  (с доказательством).
11. Теорема о существовании предела у монотонных последовательностей (с доказательствами для случая неубывающей последовательности и для случая невозрастающей последовательности).
12. Пределы последовательностей  $1/q^n$  ( $q > 1$ ),  $n/q^n$  ( $q > 1$ ),  $n^{1/n}$  (с доказательствами).
13. Вложенные и стягивающиеся сегменты: определения. Теорема о вложенных сегментах (обе части с доказательством).
14. Предельная точка множества: два определения (с доказательством эквивалентности этих определений). Лемма Больцано-Коши о предельной точке (с доказательством).
15. Подпоследовательность: определение. Теорема Больцано-Вейерштрасса и ее следствие (теорема и следствие с доказательствами).
16. Фундаментальная последовательность: определение. Критерий Коши сходимости последовательности (с доказательством необходимости).