

Программа коллоквиума по математическому анализу
(1 курс, 1 семестр, 1–3 группа, 2017/2018 уч. г.)
Лектор М. Э. Абрамян

1. Равенство отображений, сюръективное, инъективное, биективное отображение, суперпозиция отображений: определения. Теорема о суперпозиции (с доказательством).
2. Монотонные функции: определения. Теорема о строго монотонной функции (с доказательством).
3. Аксиома непрерывности вещественных чисел. Абсолютная величина вещественного числа: определение и свойства (без доказательства).
4. Точная верхняя граница числового множества ($\sup X$), точная нижняя граница числового множества ($\inf X$): определения на языке ε . Существование точных верхних и нижних границ для ограниченных множеств (с доказательством). Формулы для $\sup(X + Y)$, $\inf(X + Y)$, $\sup(aX)$, $\inf(aX)$ (случаи $a > 0$ и $a < 0$) (все формулы с доказательствами).
5. Определение сходящейся последовательности (к конечному пределу) на языке окрестностей и языке $\varepsilon-N$. Определение бесконечно больших последовательностей на языке окрестностей и языке $E-N$. Утверждение о том, что последовательность *не сходится* к конечному (бесконечному) пределу, на языке окрестностей и языке $\varepsilon-N$ ($E-N$).
6. Доказательство того, что последовательность не может сходиться к различным конечным пределам. Ограниченность сходящейся последовательности (с доказательством).
7. Теорема о сумме бесконечно малых последовательностей; теорема о произведении бесконечно малой последовательности на ограниченную последовательность (обе теоремы с доказательствами).
8. Предел суммы двух сходящихся последовательностей (с доказательством); предел произведения двух сходящихся последовательностей (с доказательством), предел частного двух сходящихся последовательностей (без доказательства).
9. Теорема 1 о переходе к пределу в неравенствах, теорема 2 («лемма о двух полицейских») (обе теоремы с доказательствами).
10. Доказательство того, что последовательность не может одновременно сходиться к конечному пределу и какому-либо из бесконечных пределов ($+\infty$, $-\infty$, ∞). Доказательство того, что последовательность не может одновременно сходиться к пределам $-\infty$ и $+\infty$. Предел суммы последовательностей, одна из которых имеет конечный предел, а вторая — предел $-\infty$ или $+\infty$ (с доказательством). Предел суммы последовательностей, каждая из которых имеет предел $-\infty$ (с доказательством). Предел суммы последовательностей, каждая из которых имеет предел $+\infty$ (с доказательством).
11. Теорема о существовании предела у монотонных последовательностей (с доказательствами для случая неубывающей последовательности и для случая невозрастающей последовательности).
12. Пределы последовательностей $1/q^n$ ($q > 1$), n/q^n ($q > 1$), $n^{1/n}$ (с доказательствами).
13. Вложенные и стягивающиеся сегменты: определения. Теорема о вложенных сегментах (обе части с доказательством).
14. Предельная точка множества: два определения (с доказательством эквивалентности этих определений). Лемма Больцано-Коши о предельной точке (с доказательством).
15. Подпоследовательность: определение. Теорема Больцано-Вейерштрасса и ее следствие (теорема и следствие с доказательствами).
16. Фундаментальная последовательность: определение. Критерий Коши сходимости последовательности (с доказательством необходимости).