

Теорема о существовании верхней (нижней) точной границы у непустого ограниченного сверху (снизу) множества. Теоремы о точных границах суммы множеств и произведения множества на число.

Теорема о единственности предела последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Арифметические свойства бесконечно малых последовательностей. Признак сходимости в терминах бесконечно малой последовательности. Арифметические теоремы о пределах последовательностей. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах для последовательностей. Теорема о единственности предела бесконечно большой последовательности, арифметические теоремы для бесконечно больших последовательностей (одна с доказательством).

Теорема о существовании предела для монотонных ограниченных последовательностей, примеры применения теоремы: нахождение пределов последовательностей n/q^n ($q > 1$), $n^{1/n}$, $a^{1/n}$ ($a > 0$).

Теорема о вложенных сегментах. Предельная точка множества: два определения, доказательство их равносильности. Теорема Больцано-Коши о предельной точке. Теорема о сходимости подпоследовательностей сходящейся последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса о сходящейся подпоследовательности, следствие. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

Теорема о единственности предела функции. Критерий существования предела функции в терминах пределов последовательностей. Предел функции и арифметические операции. Теорема о переходе к пределу в неравенствах для функций. Теорема о пределе суперпозиции функций, примеры. Критерий существования предела функции в терминах односторонних пределов. Второй замечательный предел и вытекающие из него эквивалентности для $\ln(1+x)$, $e^x - 1$ и $(1+x)^\alpha$ при $x \rightarrow 0$. Теоремы о существовании пределов у монотонных ограниченных функций. Критерий Коши существования предела функции.

Теорема о промежуточном значении непрерывной функции, следствие. Две теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях (вторая теорема без доказательства). Непрерывность равномерно непрерывной функции. Пример непрерывной функции на множестве X , не являющейся равномерно непрерывной на этом множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. Классификация точек разрыва. Теорема о точках разрыва монотонной функции, следствие. Критерий непрерывности монотонной функции f , определенной на сегменте X , в терминах ее множества значений $f(X)$, следствие (теорема о непрерывности обратной функции). o - и O -символика. Представление эквивалентных функций с использованием o -символики. Замена эквивалентных функций при вычислении пределов.

Эквивалентность дифференцируемости в точке и существования в этой точке производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Вычисление производных некоторых элементарных функций: постоянной функции, x , a^x , $\log_a x$, $\sin x$, $\cos x$. Арифметические теоремы о вычислении производных, следствия. Теорема о производной суперпозиции (без полного доказательства), следствия (формулы для производных функций x^α и $u(x)^{v(x)}$). Теорема о производной обратной функции, следствия (формулы для производных функций $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arsh} x$, $\operatorname{arch} x$, $\operatorname{arth} x$). Число сочетаний: определение и свойства. Формула Лейбница дифференцирования произведения.

Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа, следствия. Геометрическая интерпретация производной и теоремы Лагранжа. Теорема Коши о конечных приращениях. Формула Тейлора для полиномов, доказательство с ее помощью формулы бинома Ньютона. Формула Тейлора для произвольной дифференцируемой функции. Теорема об остаточном члене в формуле Тейлора вида $f^{(n+1)}(\xi) (f(x) - f(x_0)) (x - x_0)^n / (n! \varphi'(\xi))$, следствия (представление остаточного члена в форме Лагранжа и Коши). Теорема об остаточном члене в форме Пеано. Разложения по формуле Тейлора в окрестности нуля функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $(1+x)^\alpha$, $\ln(1+x)$. Правило Лопиталю (с доказательством варианта для правостороннего предела в случае неопределенности $0/0$).

Необходимое условие существования экстремума. Достаточные условия существования экстремума (2 теоремы). Достаточное условие выпуклости функции на интервале. Необходимое условие существования точки перегиба. Достаточные условия существования точки перегиба (2 теоремы). Теорема о расположении графика выпуклой функции относительно касательной.

Основные определения и формулы

Отображение, равенство отображений, классификация отображений, обратное отображение, суперпозиция отображений. Графики основных элементарных функций (степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических и обратных тригонометрических, гиперболических и обратных гиперболических). Границы и точные границы числовых множеств. Предельная точка множества. Принцип математической индукции.

Определение предела последовательности на языке окрестностей и на языке ε - N . Подпоследовательность. Фундаментальная последовательность. Определение предела функции на языке окрестностей и на языке ε - δ . Непрерывность функции в точке и на множестве. Равномерная непрерывность функции. o -символика.

Дифференцируемость функции в точке и определение производной. Производная произведения, частного и суперпозиции. Таблица производных первого порядка для основных элементарных функций. Формулы производных порядка n для функций $\sin x$, $\cos x$, x^α , a^x , $\ln x$. Формула Лейбница. Теорема Лагранжа. Теорема Коши о конечных приращениях. Формула бинома Ньютона. Формула Тейлора для произвольной дифференцируемой функции с остаточным членом в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Разложения по формуле Тейлора в окрестности нуля функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $(1+x)^\alpha$, $\ln(1+x)$. Правило Лопиталю.