



# Пакеты научных вычислений

#### Лекция 1

Знакомство с Maple. Режимы интерфейса Document Mode и Worksheet Mode. Режимы ввода Math Mode и Text Mode.

Синтаксис команд Maple. Основные объекты и типы данных.

Операции оценивания выражений.

Команды преобразования выражений

Наседкина А. А.



# Знакомство с Maple

Что такое Maple?

Пользовательский интерфейс:

- ➤ Режим документа (Document Mode)
- ➤ Режим рабочего листа (Worksheet Mode)

Режимы ввода и их особенности

- > текстовый (Text Mode)
- > математический (Math Mode)

Переключение между режимами интерфейса Maple Использование справки

# Что такое Maple?

• Maple – англ. «клен»

- Maple™
- Пакет компьютерной алгебры, среда точных и приближенных вычислений
- В первую очередь, среда символьных (аналитических) вычислений, но также имеет средства для приближенных вычислений (численное решение ДУ, нахождение интегралов и др.)
- Развитая графика, визуализация
- Язык программирования, напоминающий Pascal

Разработчик: Waterloo Maple Inc. (концепция: University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1980)

Сайт: maplesoft.com

# Maple сегодня

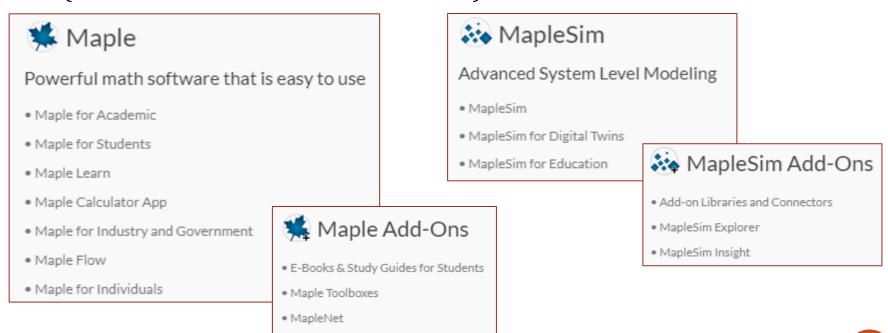
www.maplesoft.com



→ Maple Flow Academic

## Версии Maple

- Первый выпуск: Maple 1.0 (1982)
- Далее были: Maple 2-18 (1982-2014), затем Maple 2015 и далее названия версий по годам
- Последняя версия: Maple 2025
- Есть профессиональная, академическая, студенческая и др. версии (все платные, commercial software)



Free Maple Player

## Версия Maple на мехмате

На мехмате: Maple 11.0 (2007)

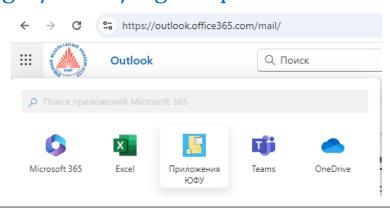
#### Возможности Maple 11.0

- Можно вводить математические выражения, используя стандартные обозначения
- Есть интерфейсы к С, С#, Fortran, Java, Matlab, VisualBasic, Excel
- Функциональность обеспечивается библиотеками

#### Работа с Maple 11

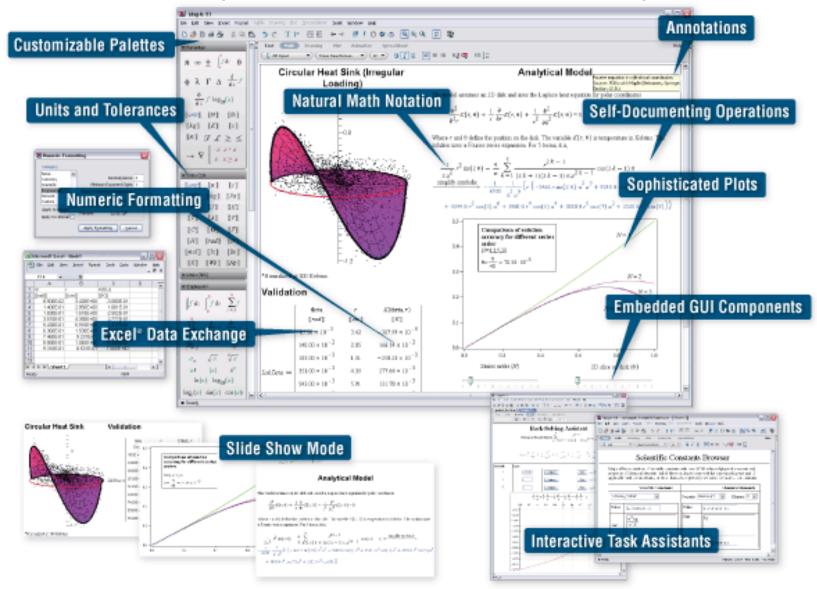
- Maple 11 установлен во многих компьютерных классах мехмата (ЛОС-1-2, а. 101, 102, 118, 202 и др.)
- C Maple 11 можно работать через Удаленные приложения ЮФУ https://rdf01.sfedu.ru/RDWeb/Pages/en-US/login.aspx

Удаленные приложения можно запустить, если зайти в свой почтовый ящик @sfedu.ru в outlook, в левом вернем углу нажать на значок с точками (средство запуска приложений) и выбрать Приложения ЮФУ, ввести логин и пароль своей учетной записи ЮФУ





# Основные черты и возможности Maple 11



# Режимы интерфейса в Maple

#### **Document Mode**

- Режим для создания документов с математическими вычислениями
- Скрывает все команды, используемые для выполнения вычислений
- Не требует знания синтаксиса Maple

Найти производную в точке x=3
$$\ln(x^2 - 4) \xrightarrow{\text{differentiate w.r.t. x}} \frac{2x}{x^2 - 4} \xrightarrow{\text{evaluate at point}} \frac{6}{5}$$

#### **Worksheet Mode**

- Традиционный интерфейс
   Maple для ввода команд
- Есть символ командной строки [>
- Весь синтаксис команд отображается



# Ввод математических выражений

Text Math

- Режимы ввода: **Text Mode** и **Math Mode** (переключение [F5])
- **Math mode** : для ввода математических выражений в стиле «двумерной математики» 2D Math:  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}, x^2, a_1$
- **Text Mode**: в режиме интерфейса Document Mode для ввода текстовых комментариев, в режиме интерфейса Worksheet Mode для ввода математических выражений в стиле «одномерной математики» 1D Math: 1/2+3/5, x^2, a\_1

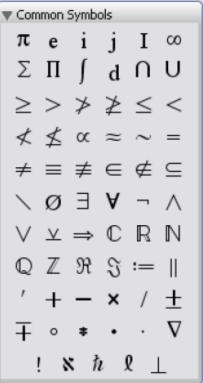
#### 2D-Math

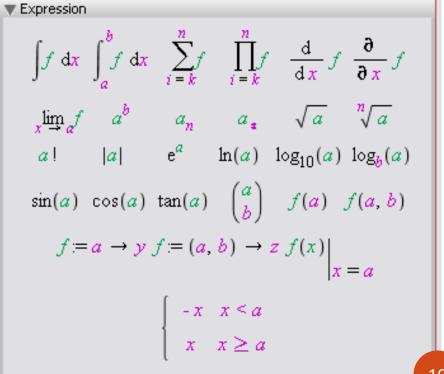
- Навигация по выражению с помощью кнопок (←)(→)(↑)(↓)
- Выход из набора рациональной дроби или степени  $_{[\ 
  ightarrow\ ]}$
- Знак умножения \* можно опускать в случаях умножения числа на переменную 2 х или переменную на переменную (между именами переменных ставится пробел): х у

# Использование палитр (Pallets) для ввода сложных математических выражений



$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$
$$\int_{0}^{1.9} x^{2}\sin(x^{2}+1) dx$$





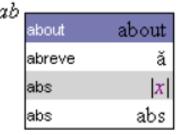
# Дополнительные возможности для ввода и вычисления математических выражений

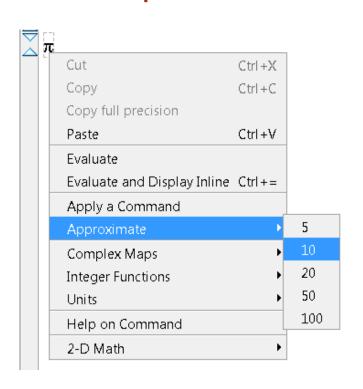
#### Вызов контекстного меню

• Правая кнопка мыши

## Автоматическое завершение команды

[Ctrl]+[Space]





#### Кнопки пересчета вычислений

- Выполнение вычислений в выделенных строках или текущей строке: •
- Выполнение вычислений во всем документе:



# Обзор режима интерфейса Document Mode

- File->New->Document Mode
- Включение маркеров документного блока 🔀 View->Markers

#### Режим ввода Text Mode

- Вертикальный курсор в документном блоке | 🗵 |
- Для ввода обычного текста, математические выражения не вычисляются

Text Math Drawing Plot Animation

С Text ▼ Times New Roman ▼ 12 ▼

Зто комментарий: 2/3+π

#### Режим ввода Math Mode

- Наклонный курсор в документном блоке 🔀 🎚
- Ввод в виде 2D-Math  $\left[ \frac{x^2}{3} \right]$

# Режим интерфейса Document Mode: вычисление выражений

#### Вывод результата на той же строке

- [Ctrl]+[=]
- Контекстное меню: Evaluate and Display Inline

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i\sqrt{2}$$

#### Вывод результата на другой строке в центре

- [Enter]
- Контекстное меню: Evaluate

$$\int_{0}^{\pi} \sin(x) dx$$

# Обзор режима интерфейса Worksheet Mode

- File->New->Worksheet Mode
- Оба режима ввода текста Math и Text служат для ввода математических выражений и команд Maple
  - **Math** ввод в нотации 2D-Math  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ , sqrt(2)
  - Text ввод в нотации 1D-Math 1/2+3/5, x^2, a 1
- Ввод текстовых комментариев: Т
- Вставка рабочей группы: [>
- Отделение команд друг от друга ; или :
- Подавление вывода результата на экран двоеточие в конце команды [> 2 + 3:

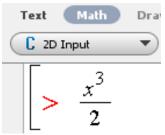
> 
$$2+3$$
: sqrt(2); evalf( $\pi$ , 3)

**⋼**≣ **व**≣

Решим уравнение  $x^2+7x+10=0$ 

## Режим ввода Math Mode в Worksheet Mode

- Наклонный курсор в рабочей группе [> [
- Ввод выражений в виде 2D-Math



- Выполнение команд по нажатию [Enter]
- Весь синтаксис команд отображается при использовании

Simplify

контекстного меню

• Вызов контекстного меню возможен как для введенного выражения, так и для результата

Isolate Expression for

Numerically Solve from point

Numerically Solve

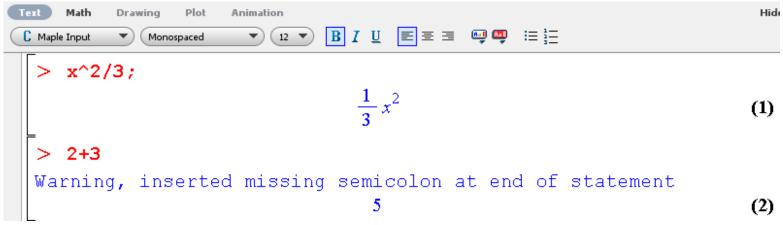
Obtain Solutions for

Solve for Variable

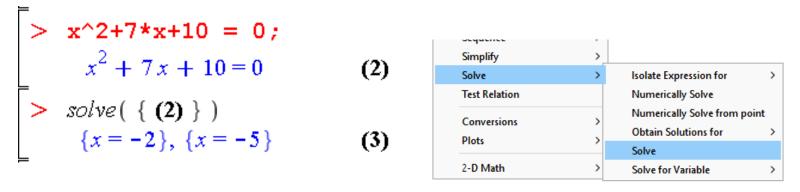
Solve

## Режим ввода Text Mode в Worksheet Mode

- Стиль старых версий Maple
- Вертикальный курсор в рабочей группе 🕞 🛚
- Ввод выражений в виде 1D-Math, введенное выражение должно заканчиваться точкой с запятой или двоеточием



• Вызов контекстного меню возможен только для результата!



# Переключение между режимами интерфейса

• В режиме Document Mode можно показать скрытые команды: View -> Expand Document Block:

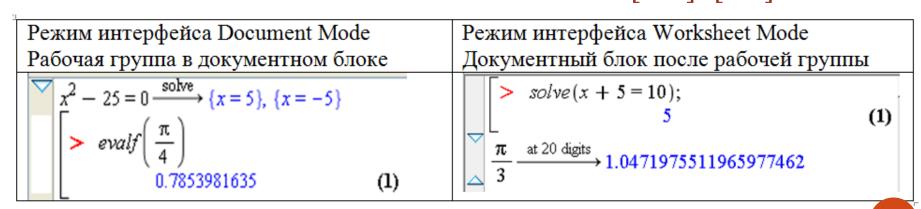
Document Mode	Worksheet Mode	
	$x^{2} + -25 = 0$ $x^{2} - 25 = 0$ $\xrightarrow{\text{solve}}$	(1)
	> solve( { (1) } ) $\{x = 5\}, \{x = -5\}$	(2)

• В режиме Worksheet Mode можно скрыть все команды и показывать только результат: View-> Collapse Execution Group

Worksheet Mode	Document Mode
> $expr := \frac{\pi}{3} + 1$ ; $evalf(expr, 10)$ ; $expr := \frac{1}{3} \pi + 1$ 2.04719755	$expr := \frac{1}{3} \pi + 1$ $2.047197551$

# Совмещение разных режимов интерфейса

- Из режима Document Mode в режим Worksheet Mode
- 1. Вставка рабочей группы с помощью кнопки [>
- 2. Вставка рабочей группы до или после курсора, используя вернее меню: Insert->Execution Group-> Before/After Cursor
- Из режима Worksheet Mode в режим Document Mode Format-> Create Document Block
   Format-> Remove Document Block
- Удаление элемента рабочей группы или документного блока Edit->Delete Element или сочетание клавиш [Ctrl]+[Del]



# Использование справочной системы Maple

- [F1] быстрая справка Quick Help
- [F2] справка по команде
- [Ctrl]+[F1] открывает справочную систему
- [Ctrl]+[F2] краткая справка Quick Reference

#### Maple Quick Reference Card

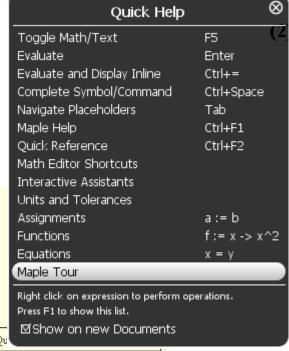
Windows® version

Document Mode vs. Worksheet Mode

#### **Common Operations Available in Both Document and Worksheet Modes**

Display quick help	[F1] for Quick Help. [Ctrl] [F2] for Qu	
Display quart not	[11] 101 Quantitop: [0011][12] 101 Qu	
Refer to previous result using equation numbers	[Ctr1] [L] then enter equation number in dialog	
Recompute calculations within a highlighted selection or chain of commands	🗾 on toolbar	
Recompute all calculations in a document	iii on toolbar	
Symbol selection, e.g. $\epsilon$ (epsilon)	Enter leading characters [Ctrl][Space], e.g. eps[Ctrl][Space]	
Command completion, e.g. Lambert W function	Enter leading characters [Ctrl][Space], e.g. Lamb[Ctrl][Space]	
Perform context operation on math expression	Right-click any math expression	
Insert prompt	on toolbar	
Insert text paragraph	T on toolbar	

2-D Math Editing Operations, Keyboard Shortcuts, and Operations (<u>Details</u>)



# Синтаксис Maple

Синтаксис команд

Использование пакетов команд

Команда restart; операторы :=, #, %

Нумерация результатов и ссылки на них

## Синтаксис команд Maple

- Команды верхнего уровня доступны непосредственно
- command(arg1,arg2,...);
  - >  $diff(\tan(x) \sin(x), x)$  $(1 + \tan(x)^2) \sin(x) + \tan(x) \cos(x)$
- Для команд из пакетов требуется подключение пакета:
- package[command](arg1,arg2,...);
- with(package): command(arg1,arg2,...);

```
Команда создания единичной матрицы из пакета LinearAlgebra
```

> LinearAlgebra[IdentityMatrix](2);

```
\left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}\right]
```

- with(LinearAlgebra):
- IdentityMatrix(2)

 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 

### Синтаксис Maple: использование пакетов с командами

- Подключение пакета
- with(package):
  command(arg1,arg2,...);
  - > with(Optimization):
  - >  $NLPSolve\left(\frac{\sin(x)}{x}, x=1..15\right)$

[-0.0913252028230576718, [x = 10.9041216700744900]]

- Отключение пакета unwith(package):
  - > unwith(Optimization):
- Пример, когда требуется отключение пакета: есть две одинаковых команды changecoords – верхнего уровня и в пакете plots

## Важные операторы

- Оператор присваивания :=
- Команда **restart** очистка памяти
- Знак комментария # (игнорирование ввода до конца строки)
- Вызов предыдущего результата %
  - предпред- и предпредпредыдущего результата %% и %%%

```
> a := 2
                                         a := 2
> a + 3
                                           5
   restart; a
                                           a
   b := 1 : \#c := 2
                                      a := 1 + c
                                        -2 + c
```

## Нумерация результатов и ссылки на них

• Все результаты вычислений нумеруются (как в Worksheet Mode, так и в Document Mode), на них можно ссылаться

- Insert->Label или [Ctrl]+[L]
- Если нумерация не отображается: Tools->Options->Display->Show equation labels

# Основные объекты, виды вычислений и типы данных в Maple

Основные объекты Maple

- > Числа
- > Константы
- > Символьные объекты (имена)
- > Переменные

Виды вычислений

Основные типы данных

# Основные объекты в Maple

- Простейшими объектами в Maple являются:
  - Учисла
  - ▶ Константы
  - ▶ Символьные объекты (имена)
  - ▶ Переменные

• Из простых объектов Maple можно составлять выражения Maple, используя знаки математических операций (математические выражения), логических операций (логические выражения) и др.

#### Числа

Целые (integers)
 Пример: 3, -100

Рациональные (обыкновенные дроби)

```
Maple 2D-Math: > \frac{2}{3}
Maple 1D-Math: > \frac{2}{3};
```

• Иррациональные (радикалы)

```
Maple 2D-Math: > \sqrt{2}; \sqrt[3]{123}

\sqrt{2}

123^{1/3}

Maple 1D-Math: > sqrt(2); 123^{(1/3)};
```

Комплексные

```
Maple 2D-Math: > 2 + 3 \cdot I
Maple 1D-Math: > 2+3*I;
```

• Числа с плавающей точкой (floating-point)

Задаются в виде целой и дробной частей, разделенных десятичной точкой, либо в показательной (экспоненциальной) форме

```
Maple 2D-Math: > 1.02
Maple 1D-Math: > 0.102e1;
```

#### Константы

- В Maple содержится несколько предопределенных именованных (символьных) констант.
- К значению констант можно обратиться, используя их имена либо соответствующие им символы.
- Константа в Maple это объект, значение которого нельзя изменить с помощью оператора присваивания.
  - Математические константы  $\pi; I; \infty$
  - Логические константы true, false, FAIL
  - Научные константы (доступны при подключении пакета Scientific Constants), категории: физические константы и константы свойств химических элементов и изотопов
  - with (Scientific Constants)
    [AddConstant, AddElement, AddProperty, Constant, Element, GetConstant, GetConstants, GetElement, GetElements, GetError, GetIsotopes, GetProperties, GetProperty, GetUnit, GetValue, HasConstant, HasElement, HasProperty, ModifyConstant, ModifyElement]
  - > GetConstant(c)

# Символьные объекты (имена)

• Символьный объект - любая комбинация букв, цифр и знаков подчеркивания, начинающаяся с буквы, без использования знаков математических операций. В именах можно использовать буквы национального алфавита, включая русский.

```
> a:
> b12_c3:
> ElenaIvanova:
> 12v;
Error, missing operator or `;`
```

• Символьным объектом считается любая последовательность любых знаков, заключенных в обратные кавычки.

```
> `12v`;

12v
> `Sasha+Masha`;

Sasha+Masha
```

## Переменные

• Символьные объекты используются для описания переменных. Значение переменной задается с помощью оператора присваивания :

## имя переменной := значение переменной

- В качестве имен переменных можно использовать любые пользовательские разрешенные имена или любую комбинацию знаков, заключенных в обратные кавычки.
- Нельзя использовать зарезервированные имена, такие как имена констант Maple, названия команд Maple, системных переменных, логических операторов, служебных слов структур программирования и др. (даже когда они заключены в обратные кавычки)

## Примеры задания переменных

```
> a:=3;
                               a := 3
> \12v\:=10;
                              12v := 10
> a:= 12v+1;
                              a := 11
> Pi:=1;
Error, attempting to assign to 'Pi' which is protected
> plot:=a+1;
Error, attempting to assign to 'plot' which is protected
> `plot`:=a+1;
Error, attempting to assign to 'plot' which is protected
```

## Отмена присваивания

- имя переменной := 'значение переменной'
- unassign('a')

```
> b:=2;c:=8;b+1;c+5;
                                   b := 2
                                   c := 8
                                     13
> b:='b';b+1;
                                   b := b
                                   b+1
> unassign('c');c+5;
                                   c + 5
```

# Виды вычислений в Maple

• **символьные (точные)** – аналитические преобразования выражений, содержащих символьные величины, переменные, функции и точные числа.

```
> sqrt(2)/(3+5); \frac{1}{8}\sqrt{2}
```

• численные (приближенные, floating-point computations) – используется арифметика конечной точности, при таких вычислениях используются приближенные значения точных величин, такие вычисления всегда содержат некоторую погрешность.

```
> sqrt(2.)/(3+5);
0.1767766952
```

# Обзор используемых в Maple кавычек

Вид кавычек	Обозначение	Набор на клавиатуре EN-раскладка	Значение
Обратные	``	~	Задают символьный
одинарные кавычки		· Ë	объект
Прямые одинарные	''	· ·	Используются в
кавычки		' Э	синтаксисе
			отложенных
			вычислений
Прямые двойные	""	"	Задают строку
кавычки		分 Shift + 3	

## Основные типы данных

В Maple существует около 200 типов данных, в том числе:

- типы математических операций:
  - `+` (сложение)
  - `\*` (умножение)
  - `^` (возведение в степень)
- типы сравнения:
  - `<` (меньше)
  - `<=` (меньше или равно)
  - `<>` (не равно)
- типы логических операций
- числовые типы, например:
  - integer целое число
  - float число с плавающей точкой
  - fraction рациональная дробь
- тип символ (symbol)

### Команды определения типа данных

- whattype(x) выдает тип объекта x
- **type(x,x\_type)** проверяет объект *x* на соответствие типу x\_type и выдает одну из логических констант: **true** (истина), **false** (ложь) или **FAIL** (не определено)

```
> whattype(a+b); whattype(a-b);
> whattype (2>3);
> whattype (1/2);
                                  fraction
> whattype(2);
                                  integer
> whattype(2.);
                                   float
```

#### Команды определения типа данных: примеры

Тип переменной может меняться в зависимости от присвоенного ей значения: > a:=3; whattype(a);

```
a := 3
integer
> a := sqrt(2); whattype(a);
a := \sqrt{2}
```

### Операции оценивания выражений

- ➤ Семейство команд eval
  - **≻**eval
  - >evalf
  - **≻**evalb
  - > evalc
  - > evalm
- >Оценивание вещественных выражений
- >Оценивание комплексных выражений

#### Семейство команд eval

- eval(x) вычисление значения выражения х
- eval(expr, x = a) вычисление значения выражения еxpr при x=a
- evalf(x) вычисление приближенного значения выражения х evalf[n](x) приближенное значение х с выводом n цифр числа
- <u>Переменная среды</u> **Digits** задает количество цифр в числах с плавающей точкой

Digits := n

(n – натуральное число, по умолчанию n=10)

- evalc(x) вычисление значения комплексного выражения
- evalb(x) вычисление значения логического выражения
- evalm(x) вычисление значения матричного выражения

#### Команды eval и evalf: примеры

Команды eval и evalf

$$f := x^3 + 5x + 2$$

$$f = x^3 + 5x + 2$$

$$> eval(f, x = \sqrt{2})$$

$$7\sqrt{2}+2$$

$$\begin{vmatrix} f \\ x = 3.2 \end{vmatrix}$$

> 
$$f1 := eval(f, x = \sqrt{2}) : evalf(f1)$$

Использование переменной среды Digits

$$>$$
 Digits := 20 : evalf (f1)

11.899494936611665342

#### Другие команды семейства eval: примеры

Значение комплексного выражения

$$> z := -1 - I \cdot \operatorname{sqrt}(3); z^4$$

$$z := -1 - I\sqrt{3}$$
$$\left(-1 - I\sqrt{3}\right)^4$$

$$> evalc(z^4)$$

$$-8 - 8 \,\mathrm{I} \,\sqrt{3}$$

$$> f := 1 = 2$$
;  $eval(f)$ ;  $evalb(f)$ ;

$$f := 1 = 2$$
$$1 = 2$$
$$false$$

Значение матричного выражения

$$>A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} : B := \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} :$$

$$> evalm((A+B)^2)$$

#### Оценивание вещественных выражений

trunc(x) – вычисление целой части вещественного выражения х frac(x) – вычисление дробной части вещественного выражения х round(x) – округление вещественного выражения х

> trunc $\left(\frac{8}{3}\right)$ ; frac $\left(\frac{8}{3}\right)$ ; round $\left(\frac{8}{3}\right)$	2
	2
	$\frac{2}{3}$
	3
	3
> trune(-2.5); frac(-2.5); round(-2.5)	
	-2
	-0.5
	-3
> trune( $3.5 + 4.2 I$ ); frac( $3.5 + 4.2 I$ ); round( $3.5 + 4.2 I$ )	
	3 + 4 I
	0.5 + 0.2 I
	4 + 4 I 4

#### Оценивание комплексных выражений

 $\mathbf{Re}(z)$  – вещественная часть

 $\mathbf{Im}(z)$  – мнимая часть

conjugate(z) – комплексно сопряженное выражение

polar(z) – модуль и аргумент

evalc(z) – вычисление значения комплексного выражения

> 
$$z := \left(\frac{I \cdot \frac{\pi}{3}}{2}\right)^2$$
  

$$z := \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}I\sqrt{3}\right)^2$$
=  $evalc(z)$ 

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}I\sqrt{3}$$

z = a + bi

### Команды преобразования выражений

- >Стандартные математические функции
- >Команды для работы с целыми числами
- ➤ Выделение правой и левой частей выражения, числителя и знаменателя дроби
- >Приведение дроби к нормальному виду
- ≻Разложение многочлена на множители
- >Приведение подобных
- ≻Раскрытие скобок
- >Преобразование и упрощение выражений

#### Стандартные математические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)	2D-Math (шаблоны)
$e^x$	exp(x)	e <sup>x</sup>
$\ln x$	ln(x)	ln(x)
$\log_{10} x$	log10(x)	$\log_{10}(x)$
$\log_a x$	log[a](x)	$\log_a(x)$
x	abs(x)	x
$\sqrt{x}$	sqrt(x)	$\sqrt{x}$
sgn x	signum(x)	signum(x)
$\sqrt[n]{\chi}$	root(x,n)	$\sqrt[n]{x}$
n!	n!	n!
$\delta(x)$	Dirac(x)	Dirac(x)

- В режиме 2D-Math большую часть этих математических функций можно набрать с помощью шаблонов в палитре Expression
- В режиме 2D-Math эти функции отображаются прямым шрифтом, а их аргумент курсивом!

#### Тригонометрические и гиперболические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)	2D-Math
$\sin x$	sin(x)	$\sin(x)$
$\cos x$	cos(x)	cos(x)
tgx	tan(x)	tan(x)
ctgx	cot(x)	$\cot(x)$
shx	sinh(x)	sinh(x)
chx	cosh(x)	$\cosh(x)$
thx	tanh(x)	tanh(x)
ctgx	coth(x)	$\coth(x)$
$\sec x$	sec(x)	sec(x)
cosecx	csc(x)	$\csc(x)$

В режиме 2D-Math названия тригонометрических функций всегда отображаются прямым шрифтом, а их аргумент - курсивом!

# Обратные тригонометрические и гиперболические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)	2D-Math
arcsin x	arcsin(x)	arcsin(x)
arccos x	arccos(x)	arccos(x)
arctgx	arctan(x)	arctan(x)
arcctgx	arccot(x)	arccot(x)
arcshx	arcsinh(x)	$\operatorname{arcsinh}(x)$
arcchx	arccosh(x)	$\operatorname{arcsinh}(x)$
arcthx	arctanh(x)	$\operatorname{arctanh}(x)$
arcctgx	arccoth(x)	$\operatorname{arccoth}(x)$
arcsecx	arcsec(x)	arcsec(x)
arccosecx	arccsc(x)	arcese(x)

В режиме 2D-Math названия тригонометрических функций всегда отображаются прямым шрифтом, а их аргумент - курсивом!

#### Команды для работы с целыми числами

**isprime**(n) – булева функция, проверяющая, является ли число простым **ifactor**(n) – разложение на простые сомножители **irem**(n,m) – вычисление остатка от деления n на m **iquo**(n,m) – вычисление частного от деления n на m

```
isprime (57)
                                              false
ifactor(57)
                                            (3)(19)
isprime (157)
                                              true
ifactor(157)
                                              (157)
irem(62, 4)
iquo (62, 4)
                                                15
```

#### Команды для работы с целыми числами

```
igcd(n1,n2,...) – вычисление наибольшего общего делителя чисел n1, n2, ... ilcm(n1,n2,...) – вычисление наименьшего общего кратного чисел n1, n2, ... isqrt(n) – целый квадратный корень iroot(n) – целый корень n-й степени
```

```
igcd(-10, 6, -8)
 ilcm(-10, 6, -8)
                                              120
> isqrt(8); sqrt(8); evalf(%)
                                          2.828427124
> iroot(100, 3); evalf(root(100, 3))
                                               5
                                          4.641588834
```

#### Команды извлечения корня

 $\mathbf{root}(x,n)$  – корень n-й степени алгебраического выражения (n- целое)  $\mathbf{surd}(x,n)$  – корень n-й степени от x, чей (в общем случае комплексный) аргумент наиболее близок к корню из x

Если n – нечетное и x>=0, то  $surd(x,n) = x^{(1/n)}$  x<0, то  $surd(x,n) = -(-x)^{(1/n)}$ .

#### Выделение правой и левой частей выражения: rhs, lhs

lhs(expr) – выделение левой части (left-hand side) rhs(expr) – выделение правой части (right-hand side)

> 
$$eq := a^2 - b^2 = c$$
  
|  $eq := a^2 - b^2 = c$   
>  $lhs(eq)$   
|  $a^2 - b^2$   
|  $c$   
|  $h := x + y < 10$   
|  $h := x + y < 10$   
|  $x + y$   
|  $c$   
|

## Приведение дроби (алгебраического выражения) к нормальному виду: normal

**normal**(*x*) – приведение дроби (выражения) к нормальному виду **normal**(*x*,*expanded*) – приведение дроби (выражения) к нормальному виду с раскрытием скобок в многочленах

```
> normal(x^2 - (x+1)(x-1) - 1)
                                                                                 0
> normal\left(\frac{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}{(a - b)^2}\right)
> normal\left(\frac{x^2-y^2}{(x-y)^3}\right)
                                                                          \frac{x+y}{(x-y)^2}
> normal\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1}\right); normal\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1}\right), expanded
                                                                        \frac{x+1+x^2}{x^2+x}
```

## Выделение числителя и знаменателя рациональной дроби: numer, denom

numer(x) – выделение числителя дроби (алгебр. выражения) denom(x) – выделение знаменателя дроби (алгебр. выражения)

#### Разложение многочлена на множители: factor

#### factor(p) – разложение многочлена р на множители

> 
$$factor(6x^2 + 18x - 24)$$

$$\int \operatorname{factor}\left(6x^{2} + 18x - 24\right)$$

$$\int \operatorname{factor}\left(\frac{x^{3} - y^{3}}{x^{4} - y^{4}}\right)$$

$$> factor(y^4-2)$$

$$\int \int factor(y^4 - 2)$$

$$\int \int factor(y^4 - 2, \sqrt{2})$$

$$6(x+4)(x-1)$$

$$\frac{x^2 + xy + y^2}{(y+x)(x^2 + y^2)}$$

$$y^4 - 2$$

$$-(y^2+\sqrt{2})(-y^2+\sqrt{2})$$

#### Раскрытие скобок: expand

expand(expr) – раскрытие скобок в алгебраическом выражении

```
> expand((x+1)(x+2))

Нужен пробел или знак умножения между скобками! x^2 + 3x + 2

> expand(\sin(x+y))

\sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)

= expand((x+1)(y+z))

xy + xz + y + z

= expand((x+1)(y+z), x+1)

(x+1)y + (x+1)z
```

#### Верно

> expand $((x+1)\cdot(x+2))$ 

$$x^2 + 3x + 2$$

Неверно: между скобками нет пробела или знака умножения

> expand((x+1)(x+2))

$$x(x+2) + 1$$

#### Приведение подобных: collect

**collect**(*expr,var*) – приведение подобных членов выражения *expr* относительно переменной *var* 

$$f := a \ln(x) - \ln(x) x - x$$

$$f := a \ln(x) - \ln(x) x - x$$

$$> collect(f, \ln(x))$$

$$(a - x) \ln(x) - x$$

$$> collect(f, x)$$

$$(-\ln(x) - 1) x + a \ln(x)$$

$$\Rightarrow f := a^3 x - x + a^3 + a$$

$$f := a^3 x - x + a^3 + a$$

$$\Rightarrow collect(f, x); collect(f, a^3)$$

$$(a^3 - 1) x + a^3 + a$$

$$(x + 1) a^3 + a - x$$

$$(x + 1) a^3 + a - x$$

#### Преобразование выражений: combine

**combine**(*expr*) – преобразование нескольких членов в один **combine**(*expr,param*) – преобразование нескольких членов в один с использованием параметров: **exp, trig, power** и др.

$$> combine \left( \sin \left( \frac{1 \pi}{8} \right)^4 + \cos \left( 3 \pi \frac{1}{8} \right)^4 + \sin \left( 5 \pi \frac{1}{8} \right)^4 + \cos \left( 7 \pi \frac{1}{8} \right)^4 \right)$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$> combine \left( 4 \sin(x)^3, trig \right)$$

> combine  $(|x^2| |y+1|, abs)$ 

$$\left|x^{2}\left(y+1\right)\right|$$

- $> expr := 4 \sin(x)^3 \cdot a^x \cdot a^{3x} + e^y e^x$ :
- > combine(expr, trig)

$$-a^{x} a^{3x} \sin(3x) + 3 a^{x} a^{3x} \sin(x) + e^{y} e^{x}$$

 $-\sin(3x) + 3\sin(x)$ 

> combine(expr, exp)

$$4\sin(x)^3 a^x a^{3x} + e^{y+x}$$

> combine(expr, power)

$$4\sin(x)^3 a^{4x} + e^{y+x}$$

### Упрощение выражений: simplify

- simplify(expr) упрощение выражения
- **simplify**(*expr,param*) упрощение выражения с использованием параметров: **exp, trig, power** и др.
- **simplify**(*expr*, *assume*=*prop*) упрощение выражения в предположении свойства prop

```
 > eq := (\cos(x) - \sin(x)) * (\cos(x) + \sin(x)) : simplify(eq); 
                                               2\cos(x)^2 - 1
> g := \sqrt{x^2}; simplify(g, assume = positive)
                                                  g := \sqrt{x^2}
f := \sin(x)^2 + \ln(2x) + \cos(x)^2:
> simplify(f, trig); simplify(f, ln)
                                                 1 + \ln(2x)
                                    \sin(x)^2 + \ln(2) + \ln(x) + \cos(x)^2
Сравнение simplify и combine
 > f := 4\cos(a)^3 - 3\cos(a) : 
> simplify(f); combine(f)
                                          \cos(a) \left(4\cos(a)^2 - 3\right)
                                                   \cos(3a)
```