

## Лабораторная работа №3

# РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА В ПОЛОЙ И СПЛОШНОЙ ТРЕХМЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Индивидуальные задания – тела в форме букв.

### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

1. Задача теплопроводности (температурный анализ)
2. Статический температурный анализ
3. Пространственная задача
4. Оболочечные и твердотельные конечные элементы.

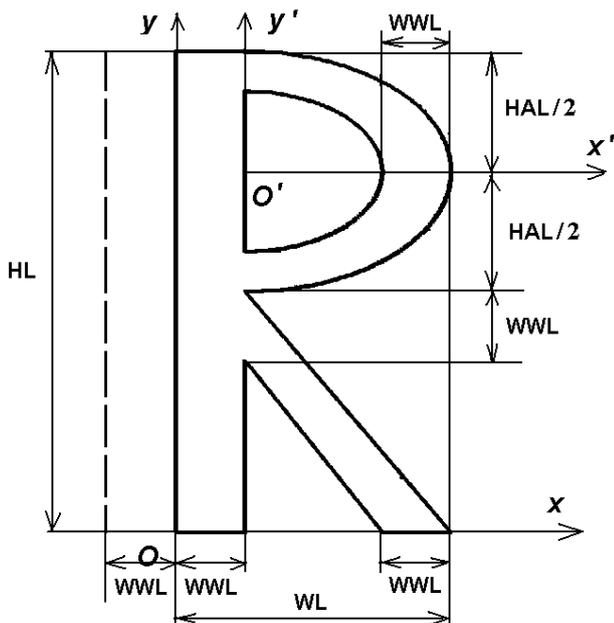
### ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим стационарную задачу теплопроводности для трехмерной *поллой* фигуры, полученной из плоской твердотельной модели путем вращения плоской области вокруг оси или путем параллельного переноса (выдавливания) плоской области вдоль некоторой траектории.

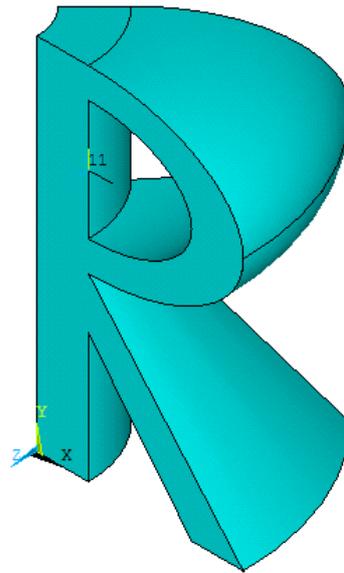
Условие задачи. Дана двумерная область в виде латинской буквы «R». Геометрия области, отнесенной к декартовой системе координат  $Oxy$ , показана на рис. 1. Размеры буквы определяются следующими параметрами:  $HL=1.4$  м (высота);  $WL=0.8$  м (ширина);  $WWL=0.2$  м (ширина стенок);  $HAL=0.7$  м (дополнительный размер по высоте). Геометрия оболочечной конструкции толщиной 1 см создается из плоской области в форме буквы «R» путем вращения на  $45^\circ$  вокруг вертикальной оси, отстоящей влево от буквы на расстояние  $WWL$ . Примем, что материалом области является сталь с коэффициентом теплопроводности  $k=K_{xx}=46.7$  (Вт/(м град)).

В задаче требуется определить поле температур и вектор потока тепла в оболочечной конструкции в форме буквы «R» при подаче на нижние грани заданных значений температуры и при задании на верхней грани условия конвективного теплообмена.

Именно, предположим, что на левой нижней грани температура  $\theta_h$  равна  $90^\circ\text{C}$ ; а на правой нижней грани температура  $\theta_h$  равна  $180^\circ\text{C}$ . На верхней грани имеем условие конвективного теплообмена:  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = -h_f(\theta_{ext} - \theta)$ , где  $\mathbf{n}$  – внешняя единичная нормаль к границе;  $\mathbf{q} = -k\nabla\theta_h$  – вектор потока тепла;  $h_f = 60$  ( $\text{м}^{-1}$ ) – коэффициент теплообмена;  $\theta_{ext} = 0^\circ\text{C}$  – температура окружающей среды. Все остальные границы будем считать теплоизолированными, т.е. такими, на которых нормальная компонента вектора потока тепла равна нулю:  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = 0$ .



**Рис. 1. А) Схема области**



**Рис. 1. Б) Трехмерная конструкция, полученная с помощью вращения**

Решение задачи можно подразделить на следующие основные этапы:

- выбор типа конечного элемента (трехмерный четырехузловой оболочечный конечный элемент SHELL57 или SHELL131);
- для SHELL 57: определение ссылочного номера для геометрических констант (Real const) и задание толщины оболочечного элемента как элемента набора геометрических констант;
- для SHELL 131: задание специальных опций и задание толщины оболочечного элемента;
- создание плоской твердотельной модели;
- создание объема путем вращения двумерной области вдоль предварительно определенной оси (или путем движения двумерной области вдоль предварительно созданной линии);
- удаление объема без удаления поверхностей, линий и точек (т.е. при этом остается поверхностный каркас);
- разбиение оболочечной конструкции на четырехугольные четырехузловые температурные оболочечные элементы; задание набора реальных констант для элемента
- определение граничных условий: температуры внизу оболочки и конвективного теплообмена на верхней поверхности оболочки;
- проведение расчета задачи;
- вывод результатов вычислений для поля температуры.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ANSYS

Для расчета стационарного распространения тепла в полой трехмерной конструкции в форме буквы «R», полученной из плоской области методом вращения, предлагается программа Th3LS\_rot.inp.

Рассмотрим блок команд, создающий трехмерную фигуру из двумерной. Здесь сначала создаются две опорных точки, определяющие линию вращения, затем объем создается командой VROTAT с помощью вращения ранее созданной двумерной области вокруг оси вращения на заданный угол. После этого объем удаляется, а образующие его области остаются.

```
! Определение точек оси, отстоящей от плоской области слева на WWL
K,1001,-WWL,0
K,1002,-WWL,HL
! Создать объем вращением области 3 вокруг оси с точками 1001 и 1002
на 45 градусов
VROTAT,3,,,,,1001,1002,45
VDEL,ALL ! Удалить только объем без поверхностей, линий и точек
```

Рассмотрим блок команд, задающий параметры триангуляции, тип конечного элемента и его размер:

```
! Параметры для триангуляции
DMESH=WWL/4

ET,1,SHELL57 ! Тип конечного элемента с номером 1 - четырехузловой оболочечный SHELL57
R,1,0.1 ! Набор констант для конечного элемента типа 1 (SHELL57) - толщина, равная здесь 0.01

! Установка размера конечного элемента
esize,dmesh
```

Здесь задается четырехугольный четырехузловой оболочечный элемент SHELL57 с одной степенью свободы в каждом узле - температурой. Толщина элемента задается в наборе реальных констант данного элемента.

Данный элемент эквивалентен элементу SHELL131 (четырёхузловому температурному оболочечному элементу со слоями) с опцией keyopt(3)=2. Элемент SHELL131 с такой опцией также имеет одну степень свободы в каждом узле (температуру), но не имеет набора реальных констант. Толщина элемента задается с помощью команды SECDATA:

```
et,1,shell131
KEYOPT,1,3,2 ! для конечного элемента типа 1 (SHELL131) keopt(3)=2
sectype,,shell
secdata,0.01 ! толщина для конечного элемента типа 1 (SHELL131)
```

**Заметим, что в версиях ANSYS выше 11.0 элемент SHELL57 является устаревшим, поэтому предпочтительно использовать SHELL131.**

Полученные в результате создания объемной фигуры внешние области разбиваются заданными плоскими оболочными элементами с помощью команды AMESH.

```
AMESH,ALL ! Разбить все области на конечные элементы
```

Рассмотрим блок команд, задающий граничные условия.

```
! Определение новой системы координат -  
! цилиндрической с осью Z'', совпадающей с осью поворота  
LOCAL,12,1,-WWL,0,0,, -90  
CSYS,12  
NSEL,S,LOC,Z,0 ! Выбор всех узлов с координатой Z''=0  
NSEL,R,LOC,X,WWL,2*WWL  
D,ALL,TEMP,T_INP1 ! Задать для всех выбранных узлов TEMP=T_INP1  
NSEL,S,LOC,Z,0 ! Выбор всех узлов с координатой Z''=0  
NSEL,R,LOC,X,WL+WWL,WL  
D,ALL,TEMP,T_INP2 ! Задать для всех выбранных узлов TEMP=T_INP2  
NSEL,S,LOC,Z,HL,HL ! Выбор всех узлов с координатой Z''=HL  
NSEL,R,LOC,X,WWL,2*WWL  
SF,ALL,CONV,H_F,T_EXT ! Конвективный теплообмен в выбранных узлах  
NSEL,ALL ! Вернуться к выбору всех узлов модели  
CSYS,0
```

Дадим комментарии к командам задания краевых условий. Анализ показывает, что в командном режиме получить доступ к нужным узлам лучше всего в цилиндрической системе координат  $Ox''y''z''$ , осью  $z''$  которой является ось вращения исходной фигуры. Поэтому в команде LOCAL потребовалось сдвинуть начало координат новой системы на WWL влево по оси X, и повернуть систему координат относительно оси X на  $90^\circ$  в направлении вращения от оси Z к оси Y. (Согласно справочной информации ANSYS это обеспечивается заданием угла вращения THYZ =  $-90^\circ$  в соответствующем операнде команды LOCAL.) После перехода к цилиндрической системе координат под заявленным номером 12 по команде CSYS,12 команды выбора NSEL работает так, что ось X является осью R новой системы координат. Нужно также иметь в виду, что новая ось Z в системе координат 12 соответствует бывшей оси Y плоской фигуры, сдвинутой влево на WWL.

Температура в выбранных узлах задается с помощью команды D. Конвективный теплообмен в выбранных узлах задается с помощью команды SF. Применение данных команд для трехмерного случая аналогично их применению в двумерном случае.

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЛЯ ПОЛОЙ ФИГУРЫ

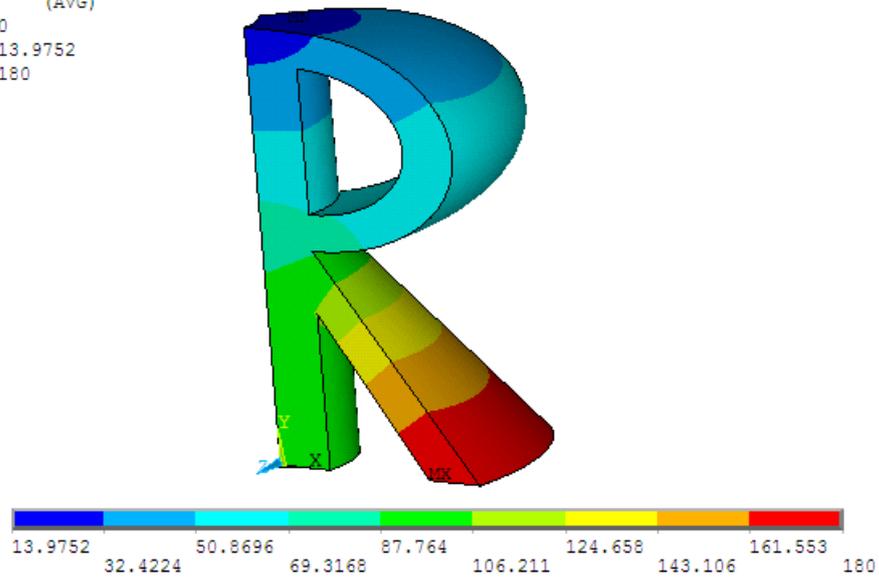
Конечно-элементная модель трехмерной полой фигуры, полученной из плоской твердотельной модели путем вращения плоской области вокруг оси показана рис. 2. Здесь разными цветами показана ориентация граней оболочечных элементов (Пункт меню: Plot->Elements, для показа граничных условий PltCtrls->Symbols->tick All applied BC, условия конвективного теплообмена: Surface Load Symbols->Convective FilmCoef):



**Рис. 2** Конечно-элементная модель с граничными условиями

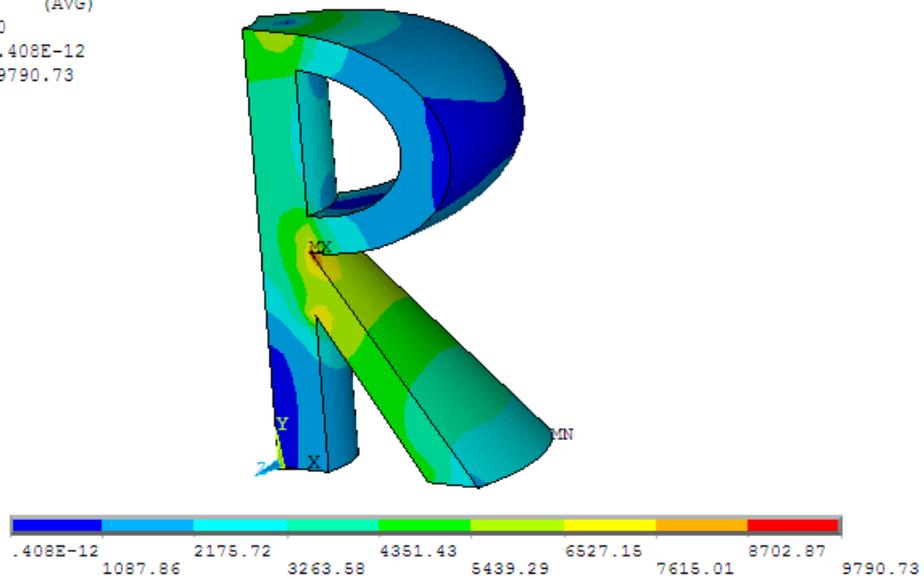
Результат вычисления поля температуры представлен на рис. 3. Рис. 4 и 5 демонстрируют распределение модуля вектора потока тепла и направление вектора потока тепла. Для отображения одинаковой шкалы в окне Vector Plot указать Vector location for results: Elem nodes.

NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
SMN =13.9752  
SMX =180



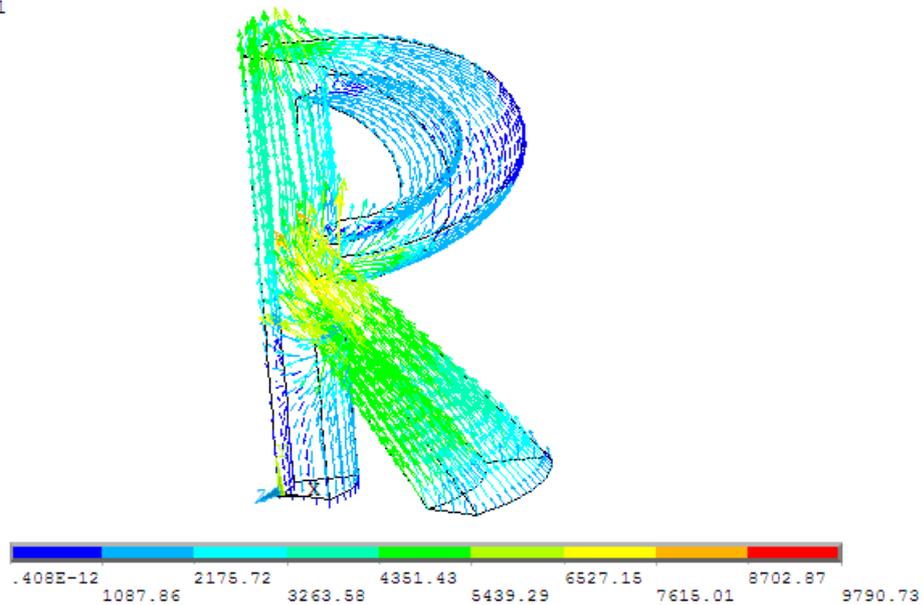
**Рис. 3** Распределение температуры в оболочечной трехмерной конструкции

NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TFSUM (AVG)  
RSYS=0  
SMN =.408E-12  
SMX =9790.73



**Рис. 4** Распределение модуля вектора потока тепла в оболочечной трехмерной конструкции

VECTOR  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TF



**Рис. 5 Распределение вектора потока тепла в оболочечной трехмерной конструкции**

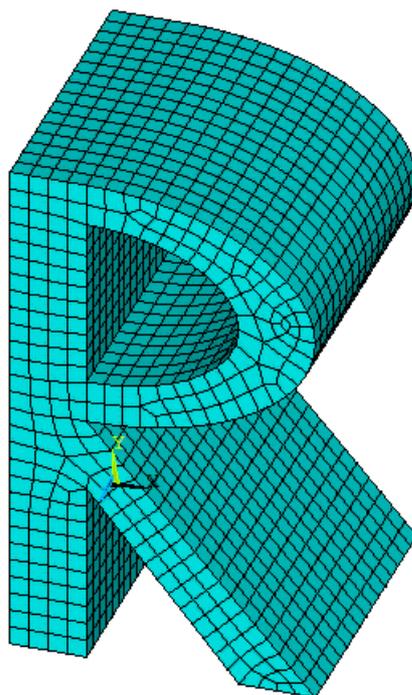
## **ПРИЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ ОБЛАСТИ И ЗАДАНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ**

**Построение объема с помощью параллельного переноса области вдоль заданной линии**

Рассмотрим случай построения трехмерной конструкции с помощью параллельного переноса (команда **VDRAG**) плоской области в форме буквы «R» вдоль оси  $z$  на  $4*WWL$  м. Соответствующий блок команд будет выглядеть следующим образом:

```
! Определение точек и линий, определяющих траекторию переноса
K,1001,0,0
K,1002,0,0,4*WWL
! Новый стартовый номер для удобства нумерации дополнительной линии
NUMSTR,LINE,1001
L,1001,1002 ! линия с номером 1001
! Создать объем параллельным переносом области 3 вдоль линий
VDRAG,3,,,,,1001
```

Конечно-элементная модель трехмерной оболочечной фигуры, полученной из плоской твердотельной модели путем параллельного переноса плоской области вдоль заданной прямой показана рис. 6.



**Рис. 6** Конечно-элементная сетка трехмерной конструкции, полученной методом параллельного переноса

### **Построение объема с помощью экструзии области (приращение координат и изменение масштаба)**

Рассмотрим случай построения трехмерной конструкции с помощью экструзии (команда **VEXT**) плоской области в форме буквы «R» вдоль оси *z* на  $4*WWL$  м с изменением масштаба - уменьшение в два раза. Соответствующий блок команд будет выглядеть следующим образом:

```
!ЭКСТРУЗИЯ -ПРИРАЩЕНИЕ КООРДИНАТ + МАСШТАБ
!VEXT, NA1, NA2, NINC, DX, DY, DZ, RX, RY, RZ
! Создать объем экструзией области 3
VEXT, 3, , , , , 4*WWL, 0.5, 0.5
```

### **ПОСТРОЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ СЕТКИ ДЛЯ СПЛОШНОЙ ФИГУРЫ**

Рассмотрим блок команд, задающий параметры триангуляции и размер конечного элемента:

```
! Параметры для триангуляции
DMESH=WWL/4
! Установка общего размера конечного элемента
esize, dmesh
```

Также с помощью команды **KESIZE** можно задать сгущение сетки вокруг заданной точки, а с помощью команды **LESIZE** – размер конечного элемента либо число делений на заданной линии, например:

! разбиваем линию 1001 на DZ конечных элементов  
 LESIZE,1001,,,DZ

Зададим тип элемента и желаемый вид конечно-элементной сетки. Трехмерные элементы могут иметь различные формы (тетраэдр, призма, гексаэдр). На рис. 7 показаны линейные элементы (без промежуточных узлов) и квадратичные элементы (с промежуточными узлами).

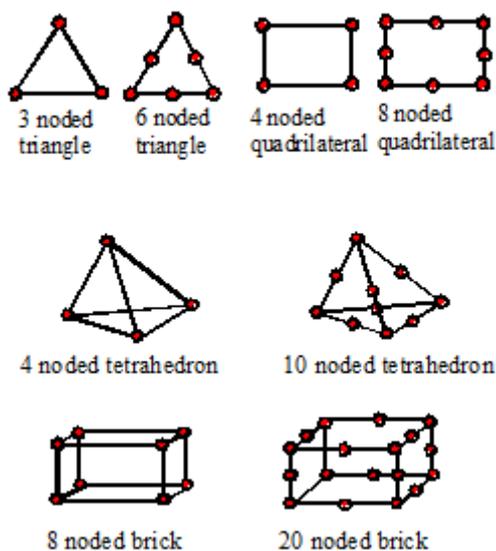


Рис. 7 Виды конечных элементов

С помощью квадратичных тетраэдров (с промежуточными узлами) можно разбить на конечные элементы объем произвольной формы. Линейные тетраэдры (без промежуточных узлов) использовать не рекомендуется. Некоторые имеющиеся в ANSYS элементы для температурного анализа собраны в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. Плоские температурные элементы (степени свободы: TEMP)

Element	Dimens.	Shape or Characteristic	DOFs
<a href="#">PLANE35</a>	2-D	Triangle, 6-node	Temperature (at each node)
<a href="#">PLANE55</a>	2-D	Quadrilateral, 4-node	Temperature (at each node)
<a href="#">PLANE77</a>	2-D	Quadrilateral, 8-node	Temperature (at each node)

Таблица 2. Трехмерные температурные элементы (степени свободы: TEMP)

Element	Dimens.	Shape or Characteristic	DOFs
<a href="#">SOLID70</a> (278)	3-D	Brick, 8-node	Temperature (at each node)
<a href="#">SOLID87</a> (291)	3-D	Tetrahedron, 10-node	Temperature (at each node)
<a href="#">SOLID90</a> (279)	3-D	Brick, 20-node	Temperature (at each node)

В скобках указаны номера аналогичных элементов в новых версиях Ansys.

## 1) Каноническое разбиение трехмерной области гексаэдрами

В данном примере рассмотрим создание конечно-элементной сетки из гексаэдров на основе заданного шаблона разбиения области (каноническое разбиение).

Будем использовать восьмиузловые (линейные) гексаэдры. Тогда для проведения температурного анализа (решения задачи теплопроводности) возьмем элемент SOLID70.

ET,1,SOLID70 ! 3-D 8-узловой элемент для температурного анализа, степени свободы: TEMP (температура)

Форма трехмерной фигуры позволяет построить разбиение гексаэдрами с помощью протягивания вспомогательной двумерной конечно-элементной сетки вдоль объема (получение гексаэдров из четырехугольников). Для этого используется вспомогательный геометрический конечный элемент **MESH200**, который не имеет степеней свободы, а служит только для задания геометрии сетки (рис. 8).

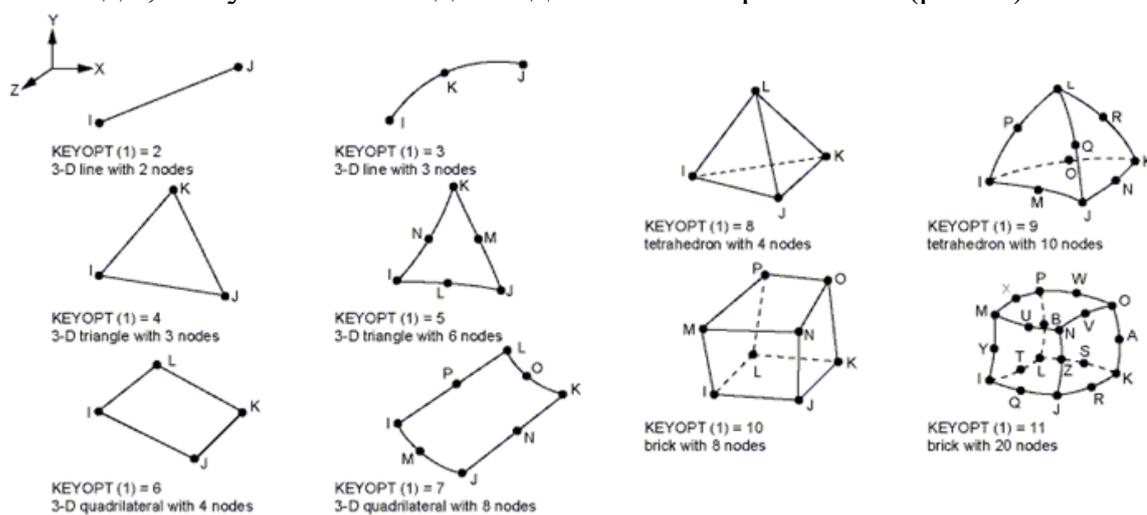


Рис. 8 Геометрия элемента MESH200

Следует указать форму этого элемента: четырехузловой четырехугольник с помощью опции keyopt(1)=6. С помощью **MESH200** разбивается исходная плоская область.

ET,2,MESH200,6 ! КЭ типа 2: вспомогательный геометрический КЭ для построения сетки, без степеней свободы

Для создания трехмерного конечно-элементного разбиения в результате протягивания полученной двумерной сетки вдоль объема используется команда **VSWEEP**.

TYPE,2 ! Выбрать тип КЭ для разбиения плоской области (вспомогательный КЭ)

!Выбрать исходную двумерную область

ASEL,S,LOC,Z,0

!Разбить эту область вспомогательным элементом

AMESH,ALL

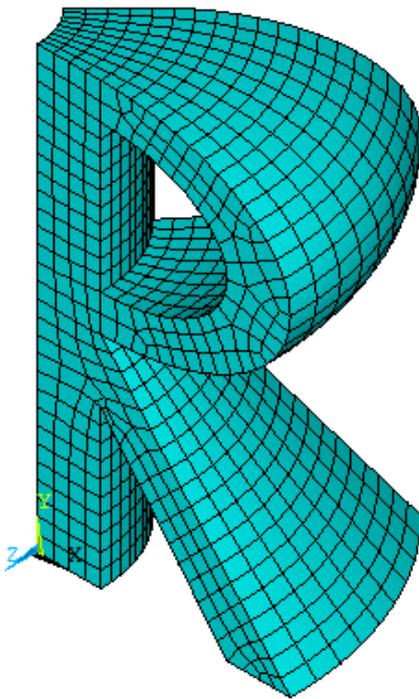
TYPE,1 ! Выбрать тип КЭ для разбиения объемов (основной КЭ)

```

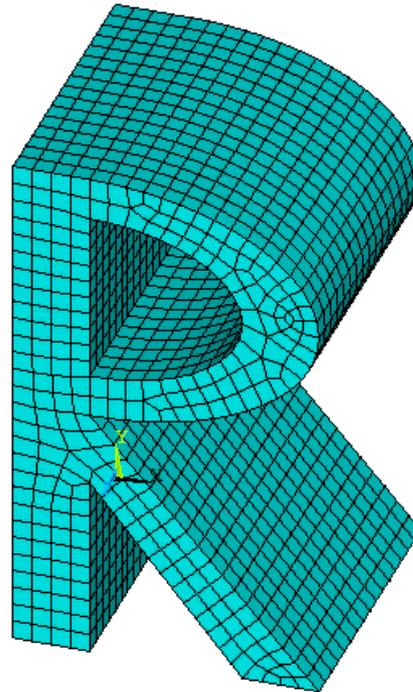
! Протянуть разбиение плоской области вдоль объема
VSWEEP,ALL
Ase1,all
!VSWEEP,ALL,<номер исходной области>,<номер конечной области>

```

Конечно-элементная сетка для объема, полученного в результате вращения, показана на рис. 9, а для объема, полученного в результате параллельного переноса – на рис. 10 (используйте команду **EPLOT** или пункты меню Plot->Elements).



**Рис. 9. Конечно-элементное разбиение гексаэдральными элементами: вращение**

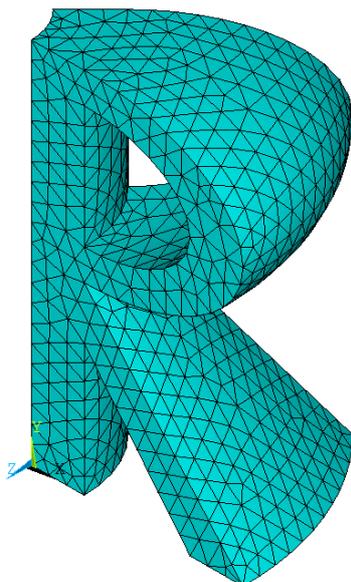


**Рис. 10. Конечно-элементное разбиение гексаэдральными элементами: параллельный перенос**

## 2) Разбиение трехмерной области тетраэдрами.

Объем произвольной формы всегда можно разбить на элементы тетраэдральной формы. В этом случае для разбиения объемов заданными трехмерными элементами используется стандартная команда генерации сетки **VMESH**, например:  
 ET,1,SOLID87 ! 3-D 10-узловой тетраэдральный элемент для температурного анализа, степени свободы: TEMP (температура)  
 VMESH,ALL ! Разбить все объемы на конечные элементы

Полученная конечно-элементная сетка для объема, полученного в результате вращения, показана на рис. 11.



**Рис. 11. Конечно-элементное разбиение тетраэдральными элементами:  
вращение**

## СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Рассмотрим другой вариант задания граничных условий, где вместо выбора узлов по координате используется выбор поверхностей по их номеру. Доступ к нужным узлам и элементам для задания граничных условий осуществляется с помощью команд **NSLA** и **ESLA**, которые позволяют получить, соответственно, узлы и элементы, принадлежащие выбранным поверхностям. Еще одно отличие данного блока команд от предыдущего варианта: использование команды **SFE**, которая задает поверхностные воздействия на гранях оболочечных элементов, в отличие команды **SF**, задающей поверхностные воздействия на узлах. Обратите внимание, что команду **SFE** нужно использовать дважды для задания двух характеристик конвективного теплообмена: коэффициента теплообмена **H\_F** и температуры внешней среды **T\_EXT**. Также в этой команде нужно указывать номер грани оболочечного элемента, соответствующей внешней поверхности фигуры.

```

/SOLU
ANTYPE, STAT           ! Решение стационарной задачи

ASEL, S, AREA, , 1     ! выбор поверхности с номером 1
NSLA, S, 1             ! Выбор узлов, принадлежащих выбранным областям, включая
их края
D, ALL, TEMP, T_INP1   ! Задать для всех выбранных узлов TEMP=T_INP1
ASEL, S, AREA, , 5
NSLA, S, 1
D, ALL, TEMP, T_INP2   ! Задать для всех выбранных узлов TEMP=T_INP2
NSEL, ALL
ASEL, S, AREA, , 9
ESLA, S                ! Выбор элементов, принадлежащих выбранным поверхностям
! Конвективный теплообмен в выбранных элементах (две команды)

```

```

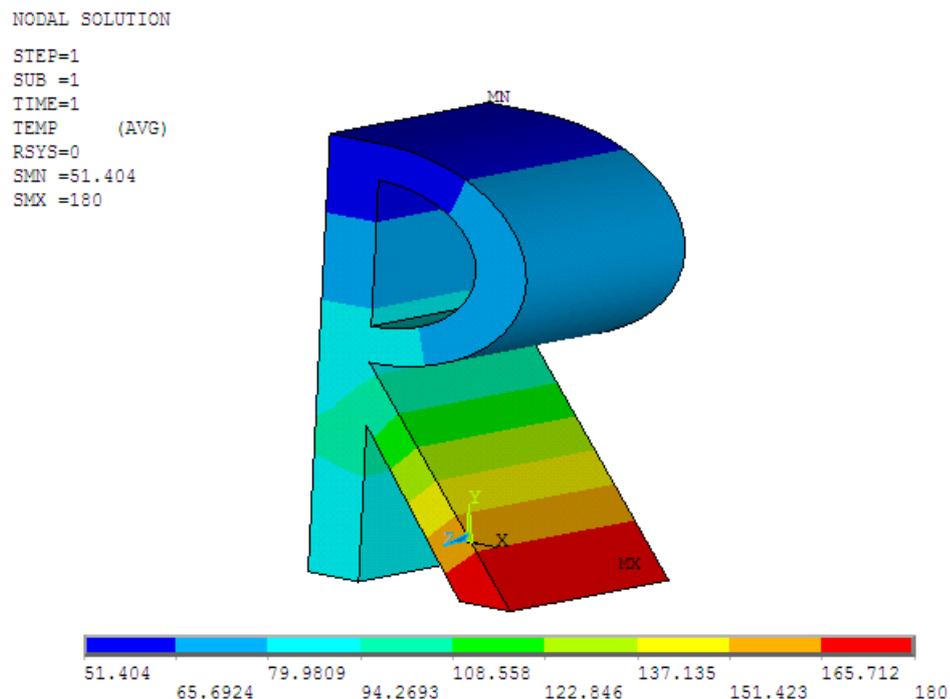
SFE,ALL,2,CONV,1,H_F ! 2 - номер грани оболочечного элемента,
нужно выбрать внешнюю поверхность
SFE,ALL,2,CONV,2,T_EXT
! Вернуться к выбору всех параметров модели
ALLSEL

SOLVE ! Решить СЛАУ МКЭ
FINISH

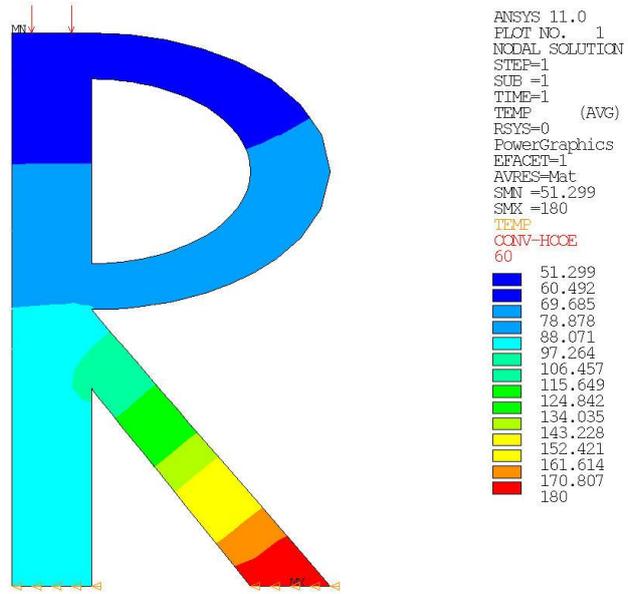
```

Для задания граничных условий на выбранных областях можно использовать, соответственно, команды **DA** и **SFA**.

На рис. 12 показано распределение температуры в трехмерной сплошной конструкции, полученной методом параллельного переноса двумерной области вдоль прямой, из которого видно, что данная задача при больших длинах линии переноса будет моделировать соответствующую плоскую задачу (рис. 13, взят из лаб. работы 1).



**Рис. 12** Распределение температуры в сплошной трехмерной конструкции, полученной методом параллельного переноса



**Рис. 13** Распределение температуры в двумерной конструкции