

**Модуль 2 «Математический анализ, линейная алгебра и векторный анализ в Maple».**  
**Задания для повторения**

**Задание 1.** Исследовать функцию  $y = 2x - \sqrt[3]{x^2}$  на непрерывность, найти точки разрыва, точки сингулярности, точки отсутствия гладкости (если есть) средствами Maple. Найти локальные экстремумы с указанием их характера. Построить график и указать на нем точки локальных экстремумов в виде  $\text{loc max}$  ( $x_{\text{max}}$ ,  $y_{\text{max}}$ ) и  $\text{loc min}$  ( $x_{\text{min}}$ ,  $y_{\text{min}}$ ). Для вывода надписи и чисел можно использовать команду `textplot` и опцию `typeset` (см. `help`).

**Задание 2.** Исследовать заданную функцию  $f(x) = \frac{2-x^2}{1-x^4}$  по приведенной ниже схеме и построить график функции. Все выводы должны быть подкреплены соответствующими исследованиями (вспомнить определения из курса математического анализа!) и использованием необходимых команд Maple.

1. Исследование на четность/нечетность
2. Область определения функции, точки разрыва и их характер (при необходимости исследовать точки разрыва по определению, вычислив односторонние пределы и производные в этих точках).
3. Уравнения вертикальных и наклонных асимптот (если есть асимптоты)
4. Исследование функции на локальные экстремумы (минимальные и максимальные значения функции, точки минимума и максимума с помощью команд `extrema`, `minimize`, `maximize`)
5. График функции:
  - а) Общий вид графика
  - б) Часть графика в районе локальных экстремумов (если требуется)

**Задание 3.** Найти частичные суммы ряда Маклорена функции  $f = x^3 \arccot x$  для  $n=3..10$ . Построить в одних осях графики самой функции и ее приближений в виде частичных сумм ряда Маклорена двумя способами: 1) с помощью команд `taylor` и `plot`, 2) с помощью `TaylorApproximation` пакета `Student`. Для частичной суммы при  $n=10$  визуально определить интервал изменения независимой переменной, на котором разложение в ряд наилучшим образом аппроксимирует заданную функцию.

**Задание 4.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$  и  $y = 2x^3$ . Изобразить область на графике.

**Задание 5.** Определить минимальное количество слагаемых в сумме  $\sum_{n=1}^N \frac{2^n}{n!}$ , при котором значения частичной суммы и бесконечной суммы совпадают до 6 знака включительно после десятичной точки.

**Задание 6.** Построить график функции  $y = \sin(x^2) \cdot e^{x/2}$ . Определить любые два корня в интервале  $[-3,3]$ , такие, чтобы кривая между корнями была расположена выше оси  $Ox$  и образовывала с ней замкнутую область. Вычислить площадь этой области.

**Задание 7.** Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ -5 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти ее определитель, обратную матрицу,

вычислить ранг и несколько норм (максимальную строчную, максимальную столбцовую и спектральную). Исследовать матрицу на симметричность, ортогональность и положительную/отрицательную определенность.

**Задание 8.** Записать и решить систему линейных алгебраических уравнений (команда solve). Перевести систему в матричный вид (с помощью соответствующей команды Maple!), выделив матрицу системы A и вектор правой части b, решить матричное уравнение вида  $Ax=b$ .

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 3x + y + z = 6 \\ 2x + y + 2z = 6 \end{cases}$$

**Задание 9.** Провести спектральный анализ матрицы СЛАУ из предыдущего задания. Найти собственные числа и их кратность и соответствующие собственные векторы. Проверить найденные собственные числа и собственные векторы по определению, подставив их в уравнение  $Ax=\lambda x$ . С помощью команд Maple найти характеристический многочлен и его корни, а также Жорданову нормальную форму. Сравнить все результаты.

**Задание 10.** 1) Привести матрицу из задания 8 к верхнетреугольной форме. С полученной матрицей и вектором правой части из единиц решить СЛАУ методом обратной подстановки (команда BackwardSubstitute). 2) Привести матрицу из задания 8 к нижнетреугольной форме. С полученной матрицей и вектором правой части из двоек решить СЛАУ методом прямой подстановки (команда ForwardSubstitute).