

Задачи включают параметры a, b, ω, m, n . Параметры определяются по номеру варианта. Соответствие между ними устанавливает известный вам список.

1. Поток несжимаемой однородной жидкости набегаёт на цилиндр эллиптического сечения перпендикулярно его образующей, причём скорость потока вдали от цилиндра образует угол $\alpha = (-1)^{m+n} \frac{\pi}{(m+n)}$ с более длинной осью сечения цилиндра, если последняя направлена по потоку.

1.1. Найдите явное решение задачи плоского безвихревого циркуляционного обтекания цилиндра, если известно, что абсолютная величина скорости набегающего потока равна 1, и полуоси сечения цилиндра равны $A = \max(a, b)$, $B = \min(a, b)$.

1.2. Найдите критическое значение циркуляции, при переходе через которое вблизи границы сечения цилиндра возникают охватывающие её замкнутые линии тока.

1.3. Визуализируйте картину линий тока вблизи границы сечения цилиндра. Используйте декартовы координаты Oxy , ось Ox направьте вдоль скорости набегающего потока, начало поместите в центр сечения цилиндра. Визуализацию проведите для 4 значений циркуляции, а именно, для нулевой, для полукритической, критической, и 1.2 критической. Границу сечения цилиндра постройте независимо на каждом фрейме, и выделите цветом и толщиной линии.

1.4. Визуально проконтролируйте корректность построенного решения, включая выполнение граничных условий обтекания.

2. Поток несжимаемой однородной жидкости набегаёт на цилиндр с острой кромкой перпендикулярно его образующей. Сечение цилиндра – внутренность кривой Жуковского. Вдали от цилиндра скорость потока образует угол $\alpha = -(-1)^{m+n} \frac{\pi}{(m+n)}$ с предельным направлением скорости движения точки по границе сечения цилиндра, когда она приближается к острию этой кривой, оставляя при этом её внутренность слева.

2.1. Найдите явное решение задачи плоского безвихревого циркуляционного обтекания цилиндра указанного профиля, если известно, что абсолютная величина скорости набегающего потока равна 1, и кривая Жуковского получается поворотом образа окружности с центром в начале координат при отображении

$$z \mapsto z + \frac{A}{z - z_0}, \quad A = \frac{5 \max(a, b, \omega, m, n)}{a + b + \omega + m + n}, \quad z_0 = \frac{5 \min(a, b, \omega, m, n)}{a + b + \omega + m + n} \quad (1)$$

2.2. Визуализируйте картину линий тока вблизи границы сечения цилиндра. Используйте декартовы координаты Oxy , ось Ox направьте вдоль скорости набегающего потока, начало поместите в образ нуля при отображении (1). Визуализацию проведите для нулевой циркуляции, для циркуляции, определённой по правилу Чаплыгина. Границу сечения цилиндра постройте независимо на каждом фрейме, и выделите цветом и толщиной линии.

2.3. Визуально проконтролируйте корректность построенного решения, включая выполнение граничных условий обтекания.

3. Исследуйте движение материальных частиц несжимаемой жидкости в потоке, создаваемом движением одного точечного вихря в единичном круге с непроницаемой границей и единичной фоновой завихренностью, если известно, что вихрь изначально расположен в на расстоянии

$$R = \max \left(\frac{5 \min(a, b, \omega, m, n)}{a + b + \omega + m + n}, 1 - \frac{5 \min(a, b, \omega, m, n)}{a + b + \omega + m + n} \right),$$

от начала;

3.1. Запишите уравнения движения вихря в полярных координатах где угол отсчитывается от радиуса,

проходящего через начальное положение вихря. Определите частоту обращения вихря вокруг центра круга, и на этой основе запишите в явной форме уравнения движения материальных частиц потока в тех же координатах.

3.2. Выберите материальную частицу, начинающую движение из точки с расположенной на расстоянии $0.25R$. и Визуализируйте отрезки её траектории, параметризованные $t \in [0, T]$ для различных интенсивностей вихря. Для визуализации используйте декартовы координаты $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, где ρ, θ – указанные выше полярные координаты. В качестве интенсивностей вихря возьмите числа $\kappa = 4\pi K$, где K пробегает множество $\{0.1, 0.5, 1, 1.5, 2, 10\}$. Подберите T так, чтобы получились красивые картинки. Оно должно быть достаточно велико, например, можно положить $T = 50$. Окраску траекторий выберите случайно.

3.3. На один фрейм выведите начальные отрезки траекторий 15 материальных частиц, расположенных изначально в вершинах трёх правильных пятиугольников, вписанных в окружности радиусов $0.25R, 0.5R, 0.75R$. Интенсивность вихря равна 4π . Цвета траекторий сделайте случайными. Отрезки траекторий параметризуйте $t \in [0, T]$; подберите T так, чтобы получились красивые картинки, например, можно положить $T = 50$.