

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича
Кафедра вычислительной математики и математической физики

**Индивидуальное задание № 1 по дисциплине
«НЕПРЕРЫВНЫЕ МОДЕЛИ»
Тема: «Преобразование Фурье»**

Содержание задания

Чтобы окончательно сформулировать ИЗ следует определить числовые данные следующих ниже задач. С этой целью по номеру варианта ИЗ следует выбрать числа n, a, b, c из специального списка, который будет передан старостам учебных групп (файл data.pdf). Зная свой номер варианта, следует положить $\omega = \sqrt{ab}$, $\alpha = \sqrt[n]{abc}$, $\sigma = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$. Всего имеется 50 вариантов. За распределение вариантов отвечают старосты групп.

1. С использованием пакета Maple, найдите преобразование Фурье $\hat{f}(\xi)$ функции $f(t) = \chi_T(t) \sin^p(\omega t)$, где $p = n$, χ_T – характеристическая функция интервала $(-T, T)$, $T = \pi k / \omega$, $k = 1 \dots 20$. Визуализируйте результаты, анимируя по k график вещественной (если p – чётно) или мнимой (если p – нечётно) части $\hat{f}$ над интервалом $0, \omega p$. На всех кадрах пунктиром отметьте вертикальные прямые $\xi = \omega, \xi = 2\omega, \xi = 3\omega$. Обсудите аналогии и различия с преобразованием Фурье функции $\sin^p(\omega t)$ (в смысле распределений).

2. С использованием пакета Maple, найдите преобразования Фурье функций

$$g(t) = \chi_T(t) \begin{cases} a \sin(\omega t), t > 0 \\ b \sin(\alpha t), t < 0. \end{cases} \quad f(t) = \chi_T(t)(a \sin(\omega t) + b \sin(\alpha t))$$

$T = kT_*$, $T_* = \max(\pi/\alpha, \pi/\omega)$, $k = 1..20$. Визуализируйте результаты, анимируя по k $|\hat{f}|(\xi)$, $|\hat{g}|(\xi)$ над интервалом $(0, \max(\alpha, \omega))$. На каждом кадре отметьте вертикальные прямые $\xi = \omega$, $\xi = \alpha$. Различные линии нарисуйте различными цветами.

3. Найдите коэффициенты Фурье $\hat{h}_k$ 2–периодической функции

$$h(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_0(t + 2k), \quad h_0(t) = a\theta(t - \sigma) + b\theta(t - \sigma - 2) - (b + a)\theta(t - \sigma - 1), \quad 0 < \sigma < 1.$$

Визуализируйте поведение частичных сумм ряда Фурье

$$h_N(t) = \sum_{|k| \leq N} \hat{h}_k e^{ik\pi t}, \quad N = 25, 50, 75, 100.$$

вблизи точки $t = \sigma$, сравните с функцией h , и опишите греббсовские явления.