Модели последовательных и параллельных вычислений

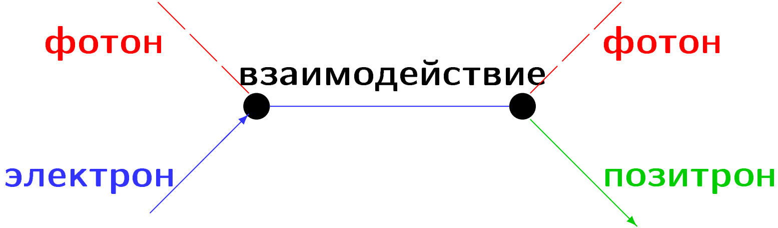
В.А. Захаров

Лекция 1.

1. Сети Петри: происхождение.
2. Сети Петри: основные понятия
3. Сети Петри: области применения и свойства поведения

Сети Петри: происхождение

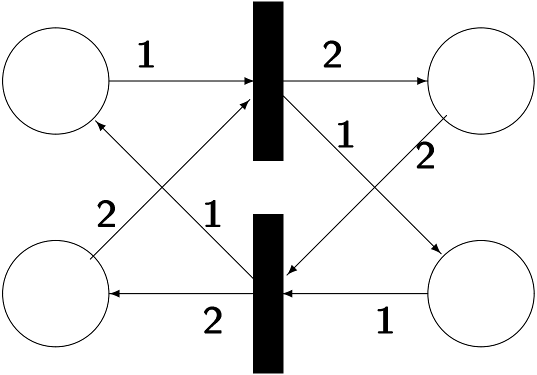
В 1949 Р. Фейнман предложил использовать в квантовой физике графический способ описания взаимодействия элементарных частиц:



А можно ли описывать осуществление химических реакций при помощи подходящих графовых конструкций?

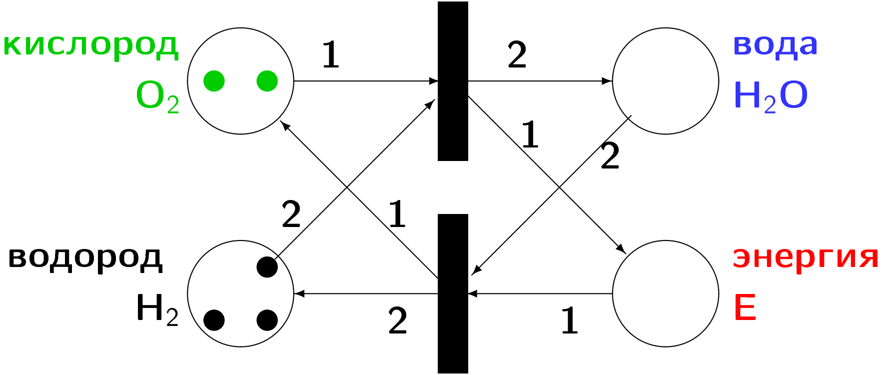
Сети Петри: происхождение

Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.



Сети Петри: происхождение

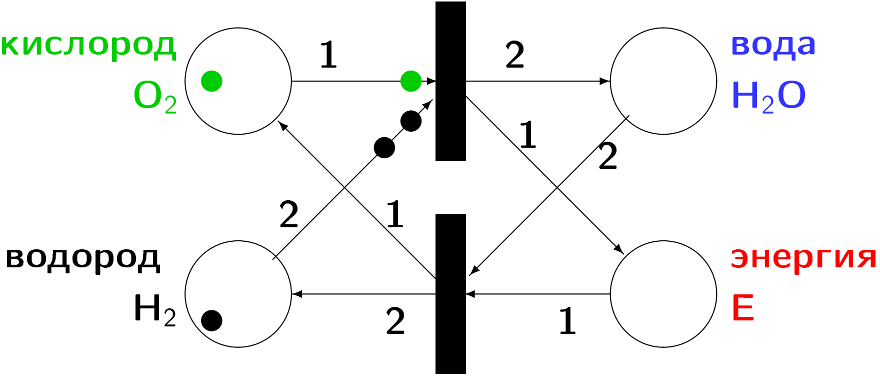
Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.



Сети Петри: происхождение

Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.

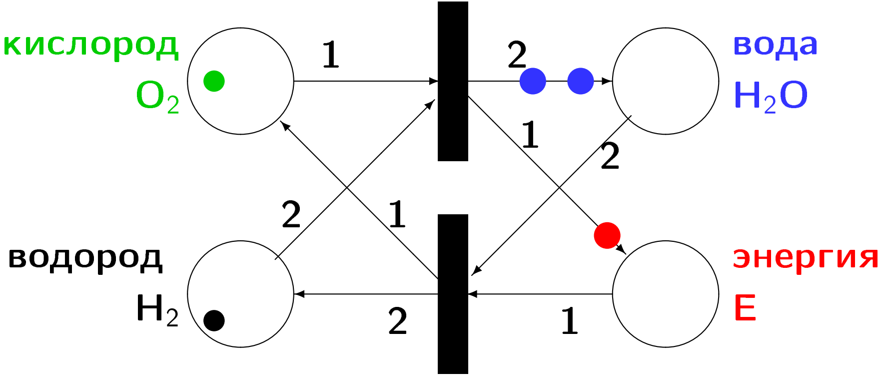
горение: $2H_2 + O_2 \;\rightarrow\; 2H_2O$



Сети Петри: происхождение

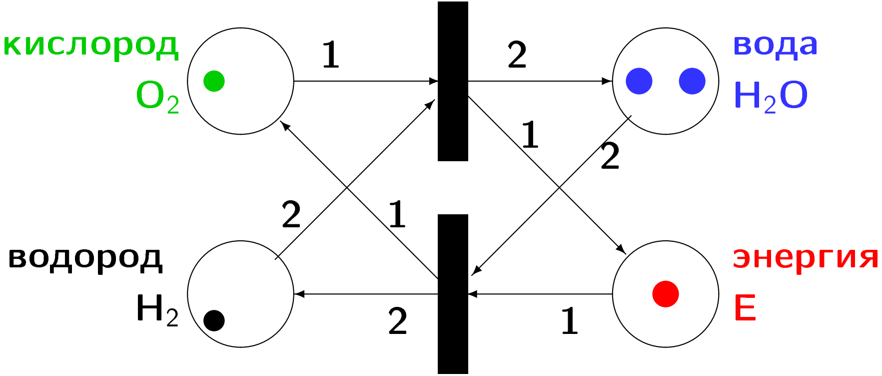
Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.

горение: $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$



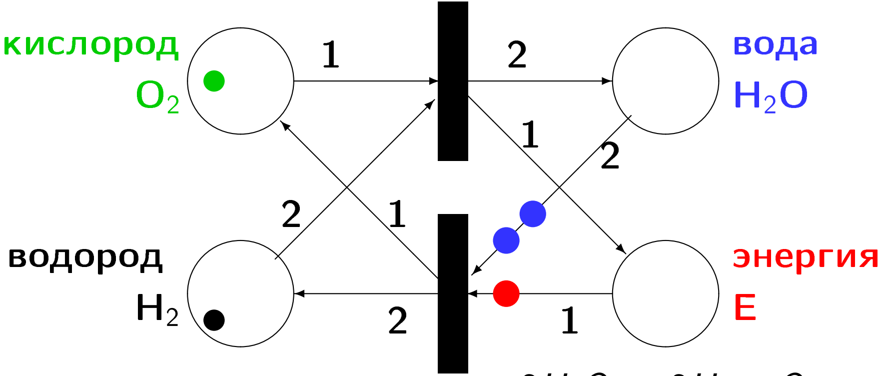
Сети Петри: происхождение

Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.



Сети Петри: происхождение

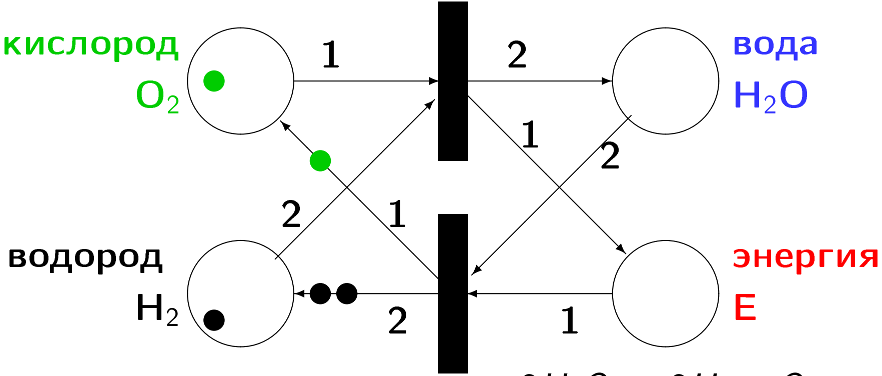
Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.



электролиз: $2H_2O \to 2H_2 + O_2$

Сети Петри: происхождение

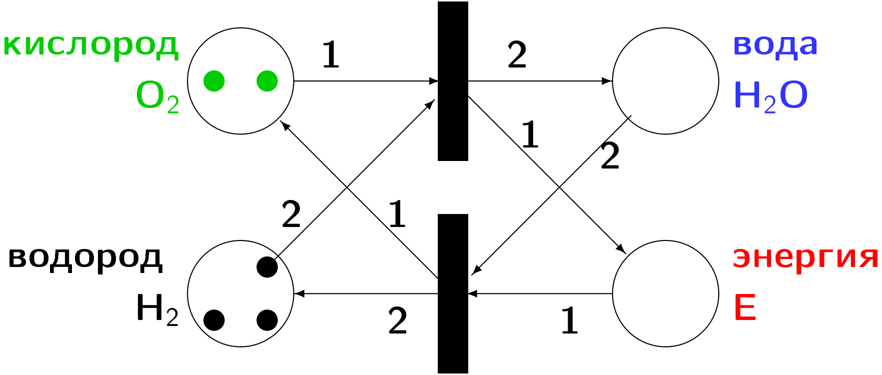
Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.



электролиз: $2H_2O \to 2H_2 + O_2$

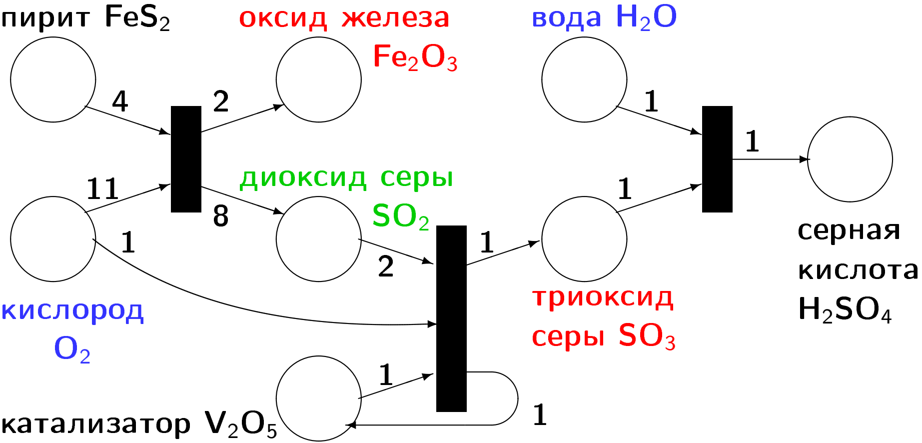
Сети Петри: происхождение

Такой способ предложил в 1939 г. (опубликован в 1962 г.) Карл Петри.



Сети Петри: происхождение

Сети Петри позволяют описывать сложные химические процессы.



Технология производства серной кислоты.

Сети Петри: происхождение

Впоследствии было обнаружено, что сети Петри лучше всего пригодились для описания поведения распределенных систем взаимодействующих процессов, в которых проявляются такие свойства как

- итерационное выполнение действий (рекурсия),
- параллельное выполнение действий,
- неоднозначность выбора очередного действия,
- конкуренция за вычислительные и информационные ресурсы.

Сети Петри: основные понятия

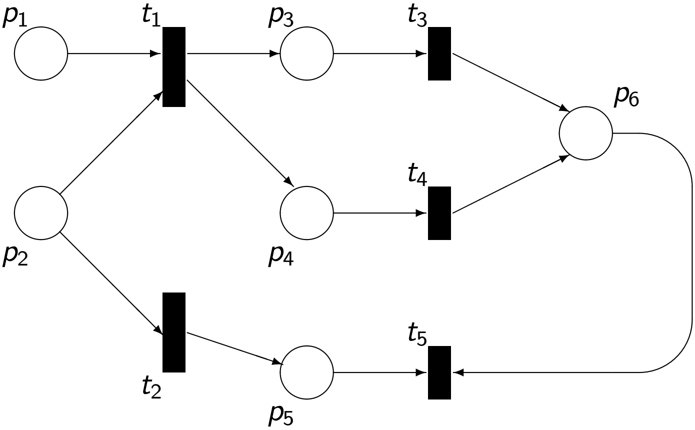
Определение 1.

Сетью называется двудольный ориентированный граф $N = (P, T, F)$, в котором

- P — непустое множество позиций (мест, places);
- T — непустое множество переходов (transitions);
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ — непустое множество дуг (arcs).

При этом предполагается, что множества позиций и переходов не пересекаются, т.е. $P \cap T = \varnothing$, и каждая вершина сети $x, x \in P \cup T$, инцидентна хотя бы одной вершине другого типа, т.е. изолированные вершины отсутствуют.

Сети Петри: основные понятия



Пример сети $N = (P, T, F)$

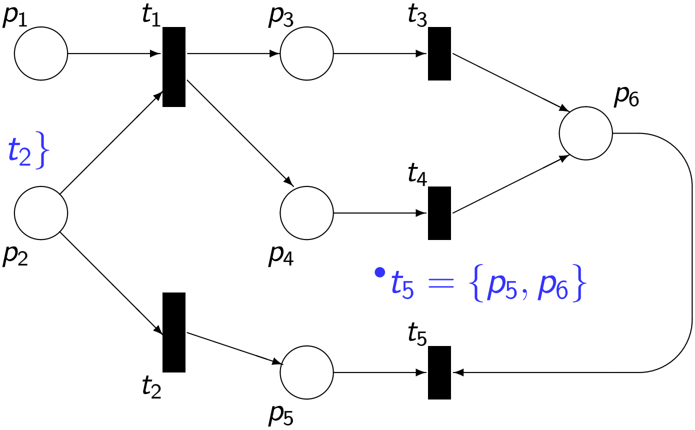
Сети Петри: основные понятия

Для каждого элемента сети $x, x \in P \cup T$, обозначим

записью ${}^{\bullet}x$ множество элементов $\{y \ : \ (y, x) \in F\}$, являющихся предшественниками элемента x ,

а записью $x^{\bullet}$ множество элементов $\{y \ : \ (x, y) \in F\}$, являющихся последователями элемента x .

Сети Петри: основные понятия



$p_2^\bullet = \{t_1, t_2\}$

${}^\bullet t_5 = \{p_5, p_6\}$

$t_5^\bullet = \varnothing$

Сети Петри: основные понятия

Пусть X — произвольное непустое множество.

Тогда мультимножеством с основой X назовем всякую функцию $M : X \to \mathbb{N}$, где $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.

Основа X – это список типов ресурсов, а мультимножество M — это перечень количества ресурсов каждого типа. Для каждого элемента $x, x \in X$, значение $M(x)$ называется кратностью элемента x в мультимножестве M .

В мультимножестве, в отличие от множества, может быть несколько копий одного и того же элемента. Если $M(x) = 0$ для некоторого элемента x , то это означает, что в мультимножестве M нет ни одной копии элемента x .

Если множество-основа X линейно упорядочена, т.е. $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$, то мультимножество M представимо целочисленным вектором $\langle M(x_1), M(x_2), \dots, M(x_n) \rangle$.

Сети Петри: основные понятия

Для мультимножеств можно ввести операции аналогичные операциям над множествами

Пусть M, N — два мультимножества с одной и той же основой $X = \langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$. Тогда

$$M \cup N = \langle \max(M(x_1), N(x_1)), \max(M(x_2), N(x_2)), \ldots, \max(M(x_n), N(x_n)) \rangle,$$

$$M \cap N = \langle \min(M(x_1), N(x_1)), \min(M(x_2), N(x_2)), \ldots, \min(M(x_n), N(x_n)) \rangle,$$

$$M + N = \langle M(x_1) + N(x_1), M(x_2) + N(x_2), \ldots, M(x_n) + N(x_n) \rangle \ ,$$

$$M \ominus N = \langle M(x_1) \ominus N(x_1), M(x_2) \ominus N(x_2), \ldots, M(x_n) \ominus N(x_n) \rangle \ ,$$

где

$$k \ominus m = \begin{cases} k - m, & \text{если} \quad k \geq m, \\ 0, & \text{если} \quad k < m. \end{cases}$$

Например, в случае $M = \langle 3, 5, 1 \rangle, N = \langle 2, 0, 4 \rangle$

$$((M \cap N) + M) \ominus (M \cup N) = \langle 2, 0, 0 \rangle$$

Сети Петри: основные понятия

Определение 2.

Обыкновенной сетью Петри называется система $\pi = (P, T, F, W, M_0)$, в которой

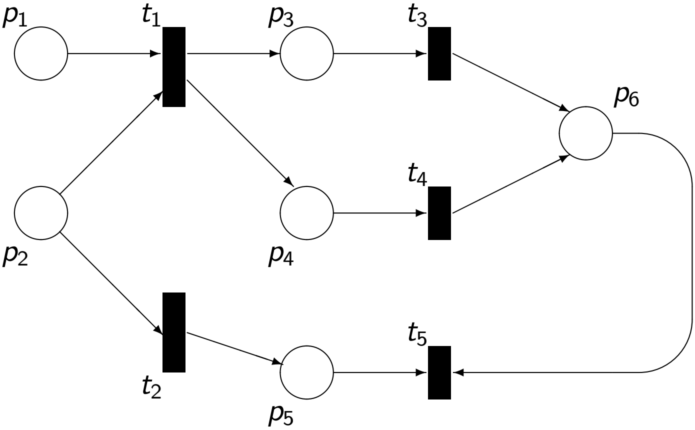
- (P, T, F) — сеть;
- W — мультимножество с основой F — распределение весов на дугах сети;
- M_0 — мультимножество с основой P — начальная разметка сети.

Позиции — это типы ресурсов, а переходы — это преобразователи ресурсов.

Распределение весов оценивает значимость каждого типа ресурсов для выполнения преобразований.

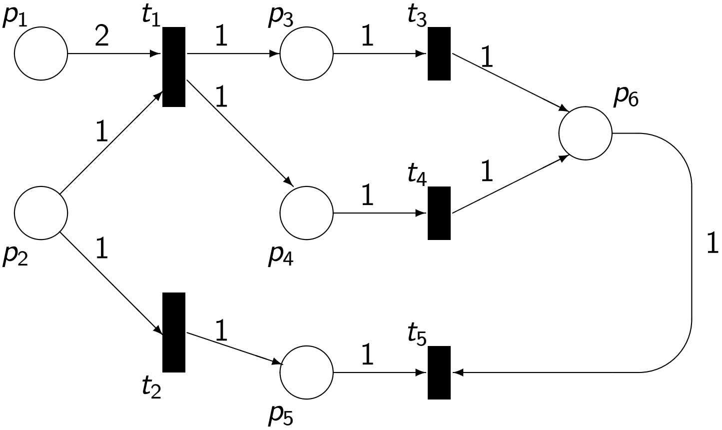
Начальная разметка — это исходное состояние ресурсов.

Сети Петри: основные понятия



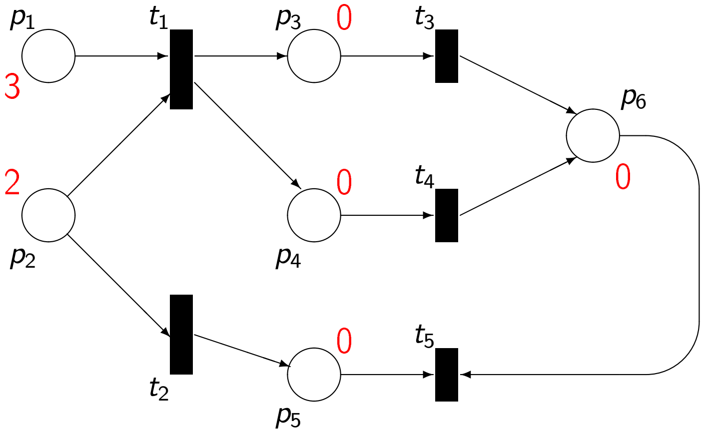
Сеть $N = (P, T, F)$

Сети Петри: основные понятия



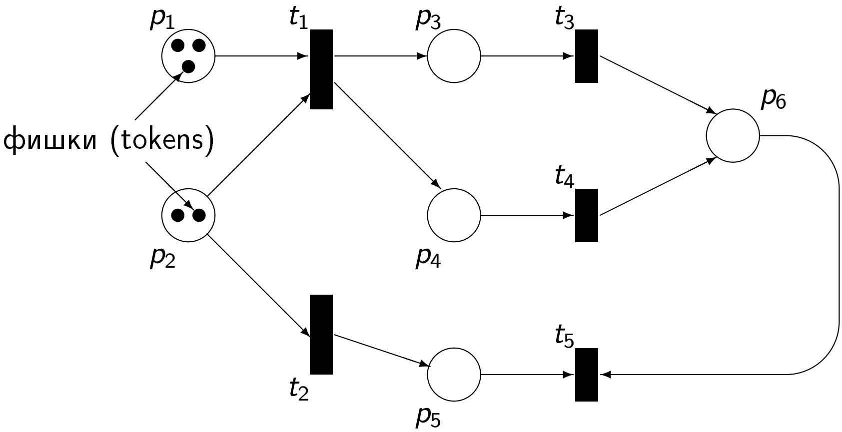
Распределение весов переходов W

Сети Петри: основные понятия



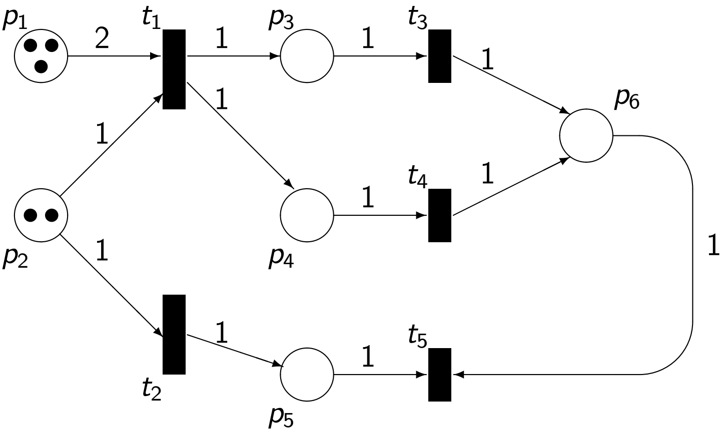
Начальная разметка M_0

Сети Петри: основные понятия



Начальная разметка $M_0 = \langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle$

Сети Петри: основные понятия



Обыкновенная сеть Петри $\pi = (P, T, F, W, M_0)$

Сети Петри: основные понятия

Разметкой сети $N = (P, T, F)$ называется всякое мультимножество M с основой P ; это распределение ресурсов по типам (позициям).

Множество всех разметок сети N обозначим записью $\mathcal{M}_P$

На множестве разметок введем отношение частичного порядка: $M_1 \preceq M_2 \;\Leftrightarrow\; \forall\, x \in P \;:\; M_1(x) \le M_2(x)$.

Например, $\langle 2, 4, 0, 1 \rangle \preceq \langle 3, 4, 2, 2 \rangle$.

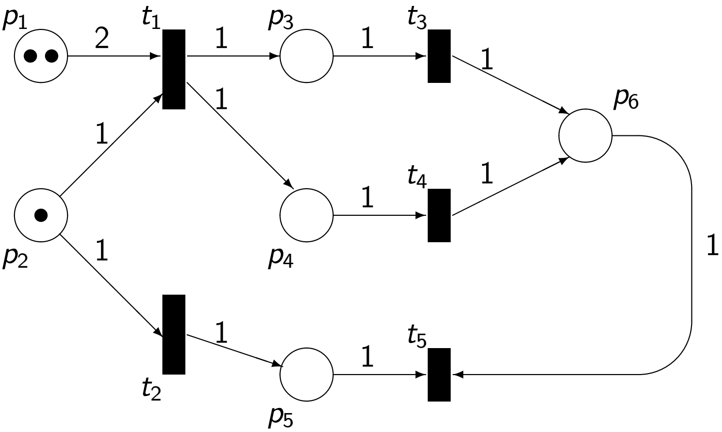
Сети Петри: основные понятия

Для заданного распределения весов W на множестве дуг сети $N = (P, T, F)$ и для заданного перехода $t, t \in T$, введем два вида разметок $F_W(\bullet, t)$ и $F_W(t, \bullet)$, которые определяются соотношениями:

$$F_W(\bullet, t)(p) = \begin{cases} W(p, t) & \text{если} \quad (p, t) \in F, \\ 0 & \text{иначе;} \end{cases}$$

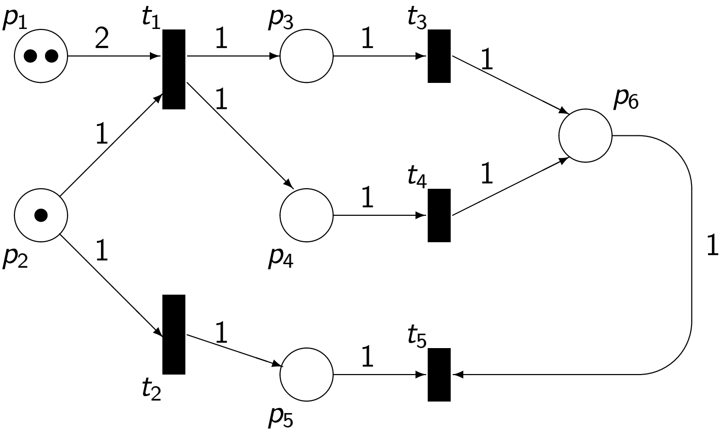
$$F_W(t, \bullet)(p) = \begin{cases} W(t, p) & \text{если} \quad (t, p) \in F, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Сети Петри: основные понятия



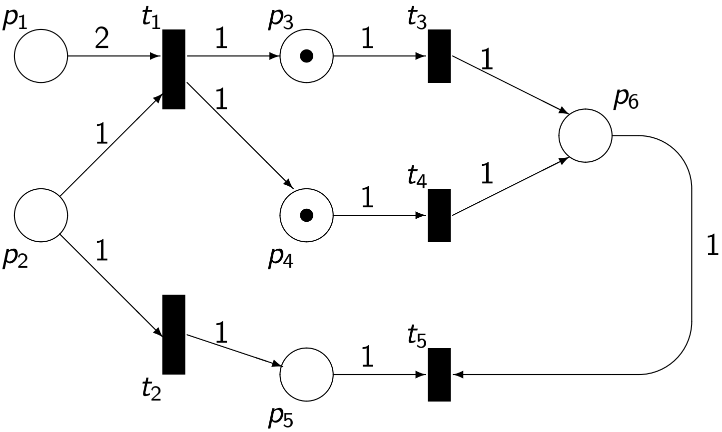
Обыкновенная сеть Петри $\pi = (P, T, F, W, M_0)$

Сети Петри: основные понятия



$$F_W(\bullet, t_1) = \langle 2, 1, 0, 0, 0, 0 \rangle$$

Сети Петри: основные понятия



$$F_W(t_1, \bullet) = \langle 0, 0, 1, 1, 0, 0 \rangle$$

Сети Петри: основные понятия

Поведение сети Петри проявляется в последовательном срабатывании переходов, приводящем к изменению разметки.

Пусть задана сеть Петри $\pi = (P, T, F, W, M_0)$, переход $t, t \in T$, и разметка сети M .

Определение 3.

Переход t считается активным в разметке M , если выполнено условие $F_W(\bullet, t) \preceq M$.
Разметка, в которой ни один переход сети не является активным, называется тупиковой .

Определение 4.

Результатом срабатывания активного в разметке M перехода t является разметка

$$M' = (M \ominus F_W(\bullet, t)) + F_W(t, \bullet).$$

Сети Петри: основные понятия

Таким образом, на множестве разметок $\mathcal{M}_P$ сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M_0)$ можно ввести отношение срабатывания переходов :

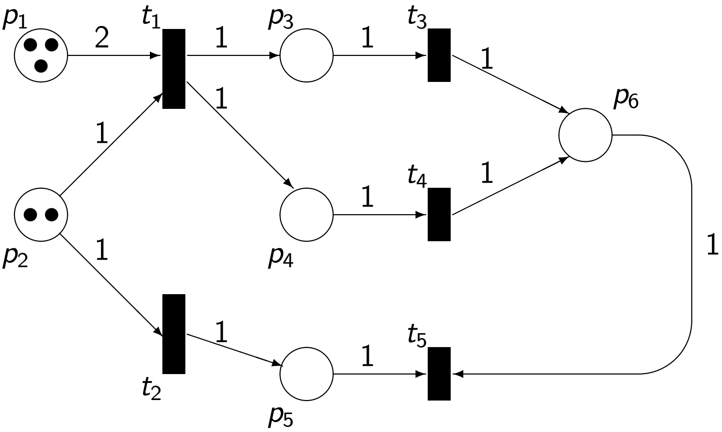
разметка M' непосредственно следует за разметкой M относительно перехода $t, t \in T$, (обозначается записью $M \xrightarrow{t} M'$) в том и только том случае, когда

1) переход t активен в разметке M , и
2) разметка M' является результатом срабатывания перехода t в разметке M .

Рефлексивно-транзитивное замыкание отношения срабатывания переходов условимся обозначать записью $M \xrightarrow{t_1, t_2, \dots, t_k}_* M'$:

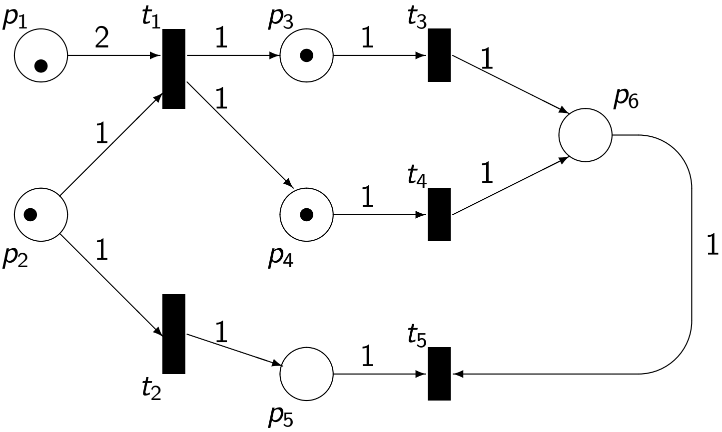
$$M \xrightarrow{t_1, t_2, \dots, t_k}_* M' \iff M \xrightarrow{t_1} M_1 \xrightarrow{t_2} \cdots \xrightarrow{t_k} M'.$$

Сети Петри: основные понятия



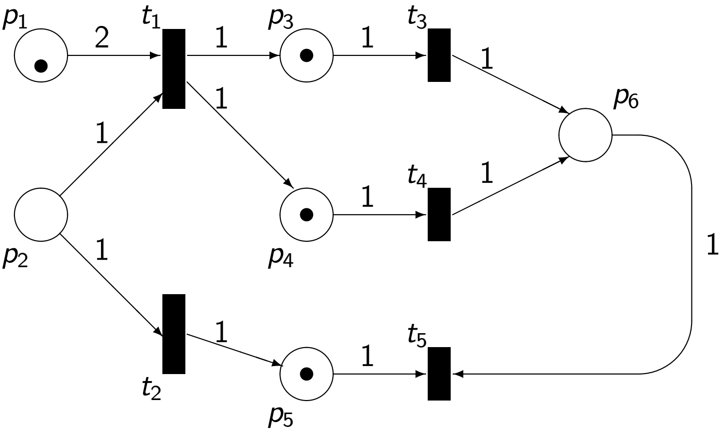
$\langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle$

Сети Петри: основные понятия



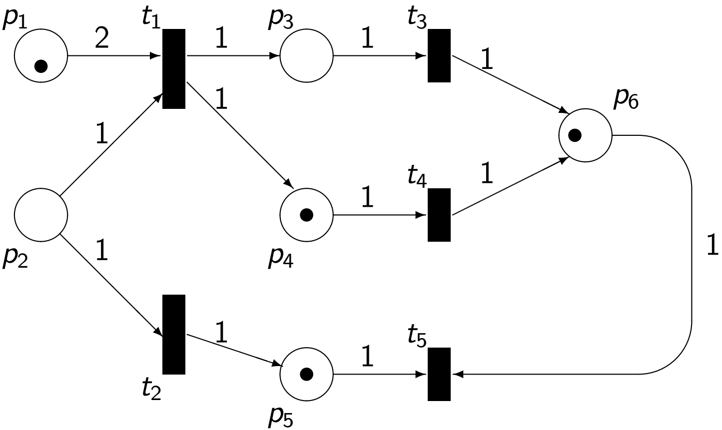
$$\langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle \xrightarrow{t_1} \langle 1, 1, 1, 1, 0, 0 \rangle$$

Сети Петри: основные понятия



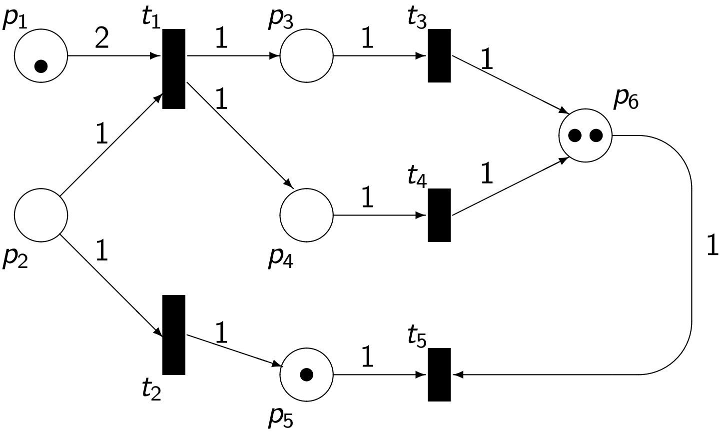
$$\langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle \xrightarrow{t_1} \langle 1, 1, 1, 1, 0, 0 \rangle \xrightarrow{t_2} \langle 1, 0, 1, 1, 1, 0 \rangle$$

Сети Петри: основные понятия



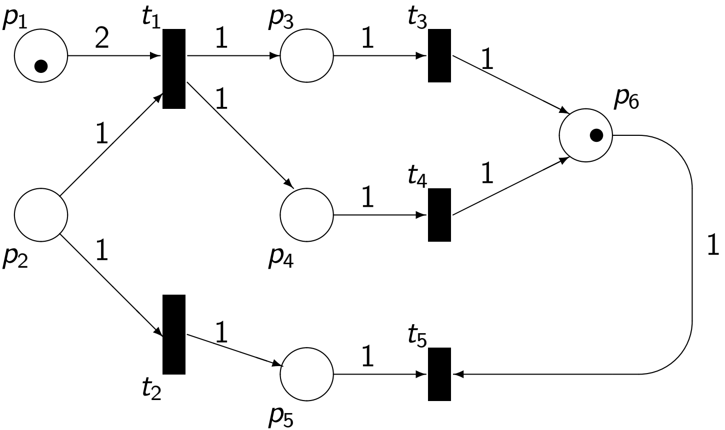
$$\langle 3,2,0,0,0,0\rangle \xrightarrow{t_1} \langle 1,1,1,1,0,0\rangle \xrightarrow{t_2} \langle 1,0,1,1,1,0\rangle$$
$$\xrightarrow{t_3} \langle 1,1,0,1,1,1\rangle$$

Сети Петри: основные понятия



$$\langle 3,2,0,0,0,0\rangle \xrightarrow{t_1} \langle 1,1,1,1,0,0\rangle \xrightarrow{t_2} \langle 1,0,1,1,1,0\rangle$$
$$\xrightarrow{t_3} \langle 1,1,0,1,1,1\rangle \xrightarrow{t_4} \langle 1,1,0,0,1,2\rangle$$

Сети Петри: основные понятия



$\langle 3,2,0,0,0,0\rangle \xrightarrow{t_1} \langle 1,1,1,1,0,0\rangle \xrightarrow{t_2} \langle 1,0,1,1,1,0\rangle$
$\xrightarrow{t_3} \langle 1,1,0,1,1,1\rangle \xrightarrow{t_4} \langle 1,1,0,0,1,2\rangle \xrightarrow{t_5} \langle 1,1,0,0,0,1\rangle$

Сети Петри: основные понятия

Вычислением сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M_0)$ называется всякая последовательность (конечная или бесконечная) непосредственно следующих друг за другом разметок, начинающаяся начальной разметкой M_0 :

$$M_0 \xrightarrow{t_1} M_1 \xrightarrow{t_2} \dots \xrightarrow{t_i} M_i \xrightarrow{t_{i+1}} \dots \ .$$

Разметка M' достижима из разметки M в сети Петри π (обозначается $M \longrightarrow_* M'$), если отношение $M \xrightarrow{t_1, t_2, \dots, t_k}_* M'$ выполняется для некоторой последовательности переходов $t_1, t_2, \dots, t_k$.

Разметка M' достижима в сети Петри π , если она достижима из начальной разметки M_0 в сети Петри π . Множество всех разметок, достижимых (из разметки M) в сети Петри π , обозначим записью $R(\pi)$ (соответственно $R(\pi, M)$).

Сети Петри: основные понятия

Графом достижимых разметок сети Петри π называется ориентированный граф G_π , вершинами которого являются достижимые разметки из множества $R(\pi)$.

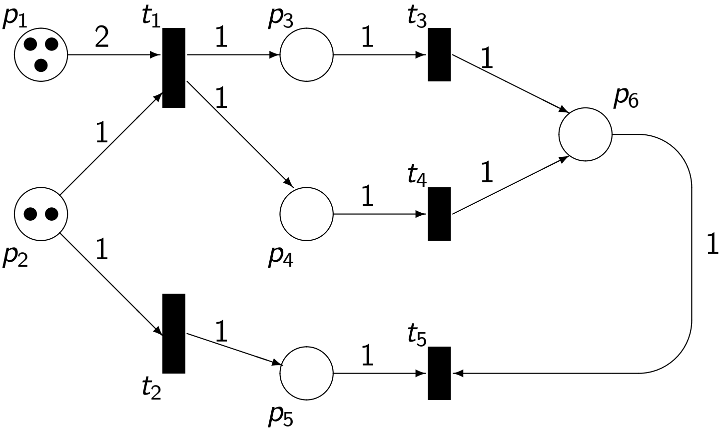
В графе G_π из вершины M в вершину M' ведет дуга, помеченная переходом t в том и только том случае, если для сети Петри π выполняется соотношение $M \xrightarrow{t} M'$.

Граф достижимых разметок сети Петри может быть конечным, но может быть также и бесконечным.

Каждый маршрут в графе G_π , исходящий из начальной вершины M_0 , соответствует некоторому вычислению сети Петри π .

Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



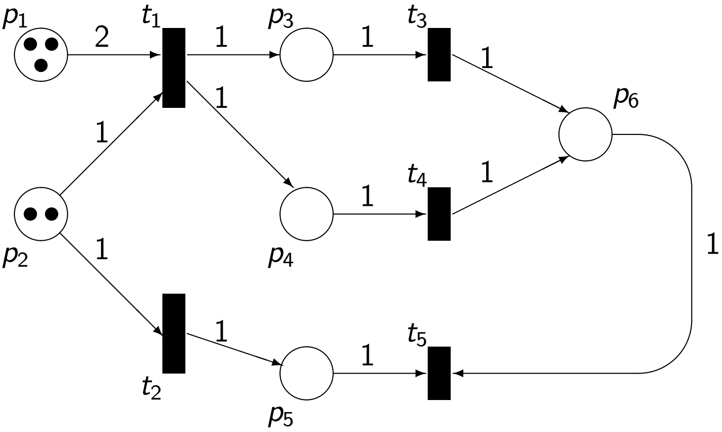
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок

$$M_0 = \langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle$$

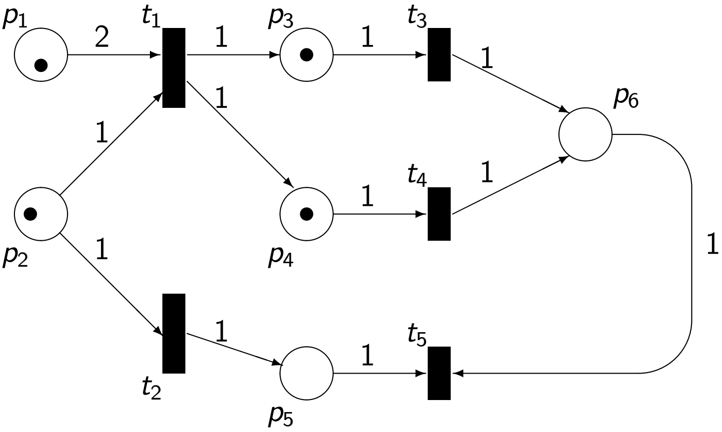
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



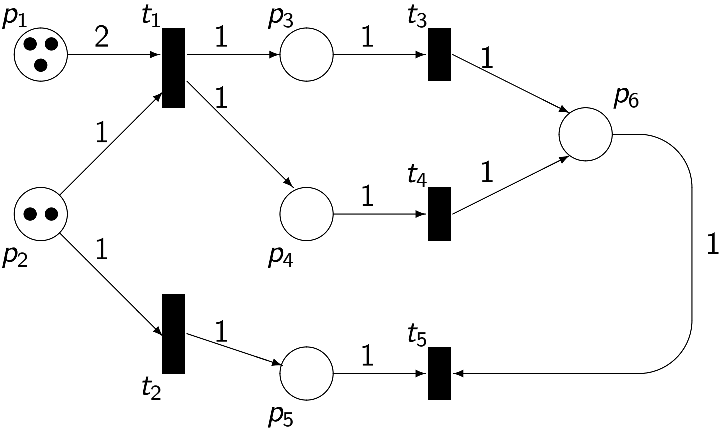
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & M_0 = \langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle \arrow[dl, "t_1"] \\ M_1 = \langle 1, 1, 1, 1, 0, 0 \rangle & \end{tikzcd}$$

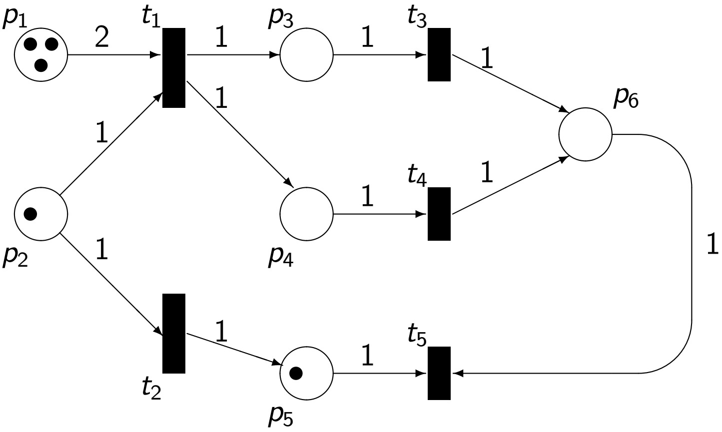
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



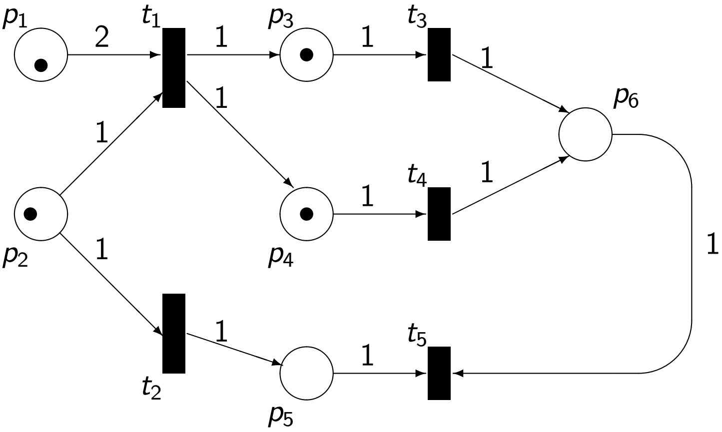
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок

$$\begin{tikzcd}[column sep=tiny]
& M_0 = \langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle \arrow[dl, "t_1"'] \arrow[dr, "t_2"] & \\
M_1 = \langle 1, 1, 1, 1, 0, 0 \rangle & & M_2 = \langle 3, 1, 0, 0, 1, 0 \rangle
\end{tikzcd}$$

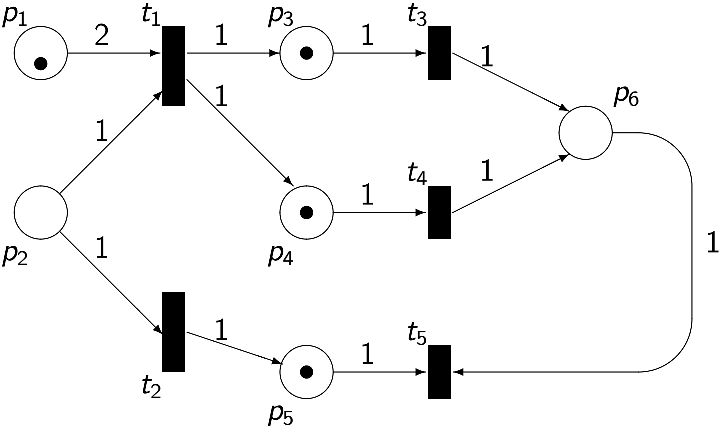
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



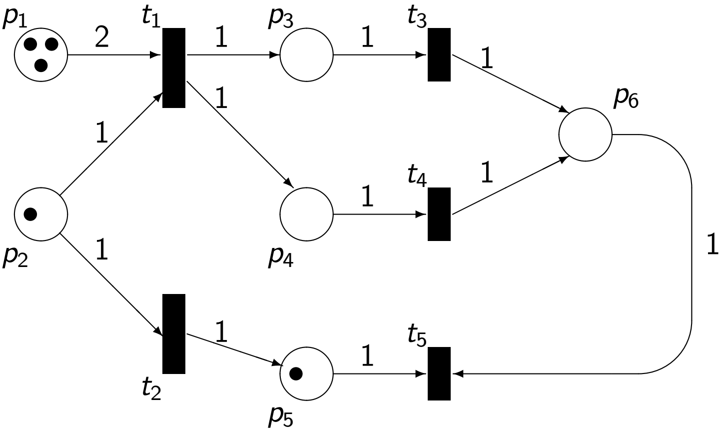
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок

$$
\begin{tikzcd}
 & M_0 = \langle 3,2,0,0,0,0\rangle \arrow[dl, "t_1"'] \arrow[dr, "t_2"] & \\
M_1 = \langle 1,1,1,1,0,0\rangle \arrow[dr, "t_2"'] & & M_2 = \langle 3,1,0,0,1,0\rangle \\
 & M_3 = \langle 1,0,1,1,1,0\rangle &
\end{tikzcd}
$$

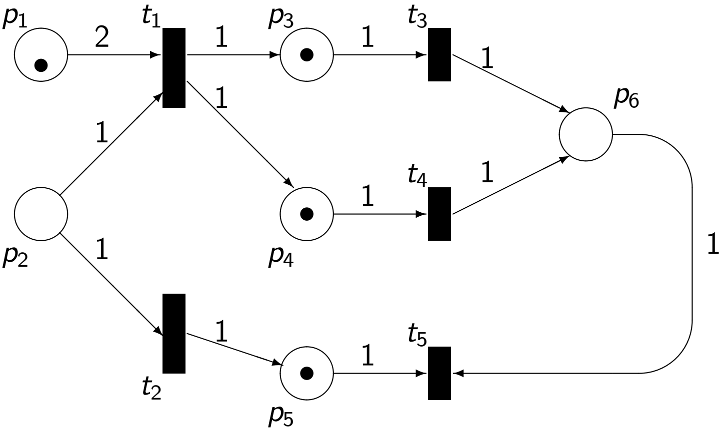
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



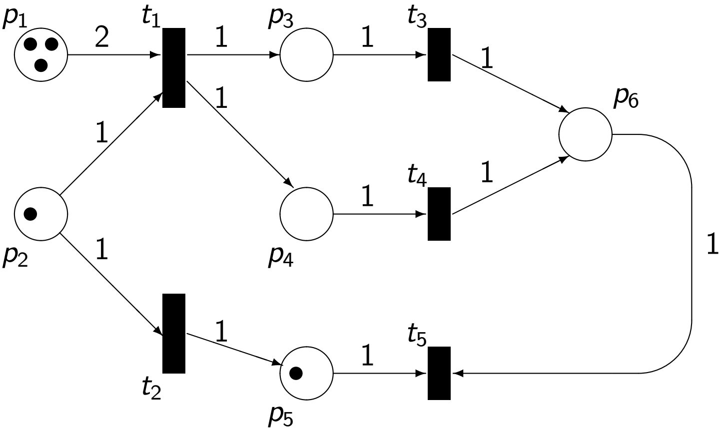
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок

$$\begin{tikzcd}
& M_0 = \langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle \arrow[dl, "t_1"'] \arrow[dr, "t_2"] & \\
M_1 = \langle 1, 1, 1, 1, 0, 0 \rangle \arrow[dr, "t_2"'] & & M_2 = \langle 3, 1, 0, 0, 1, 0 \rangle \arrow[dl, "t_1"] \\
& M_3 = \langle 1, 0, 1, 1, 1, 0 \rangle &
\end{tikzcd}$$

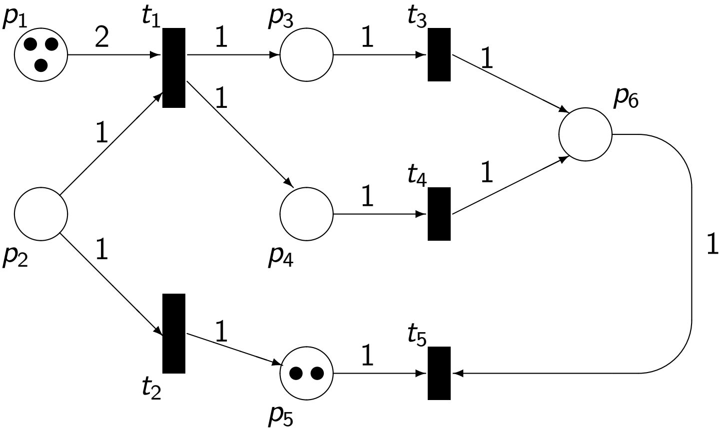
Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок



Сети Петри: основные понятия

Пример графа достижимых разметок

$$\begin{tikzcd}
 & M_0 = \langle 3, 2, 0, 0, 0, 0 \rangle \arrow[dl, "t_1"'] \arrow[dr, "t_2"] & & \\
M_1 = \langle 1, 1, 1, 1, 0, 0 \rangle \arrow[dr, "t_2"'] & & M_2 = \langle 3, 1, 0, 0, 1, 0 \rangle \arrow[dl, "t_1"] \arrow[dr, "t_2"] & \\
 & M_3 = \langle 1, 0, 1, 1, 1, 0 \rangle & & M_4 = \langle 3, 0, 0, 0, 2, 0 \rangle
\end{tikzcd}$$

тупиковая разметка

и т. д.

Сети Петри: основные понятия

Рассмотрим произвольный алфавит $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ и пометим каждый переход $t, t \in T$, сети Петри π некоторой буквой $\varphi(t)$ из этого алфавита.

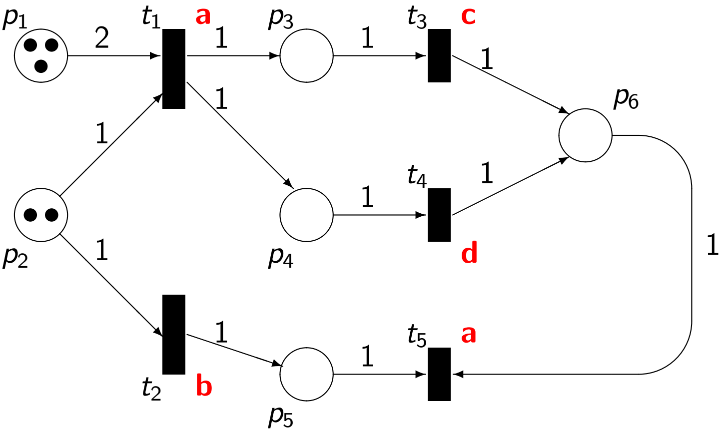
Свободным языком сети Петри π называется множество слов

$$L(\pi) = \{w = \varphi(t_1)\varphi(t_2)\ldots\varphi(t_m) \ : \ \exists\, M \in R(\pi) \ : M_0 \xrightarrow[*]{t_1, t_2, \ldots, t_m} M\},$$

которыми помечены разнообразные последовательности срабатываний переходов.

Сети Петри: основные понятия

Язык сети Петри π .



$bacda \in L(\pi)$, $bb \in L(\pi)$, $bba \notin L(\pi)$

Сети Петри: основные понятия

Теорема о свойстве монотонности сетей Петри.

Пусть M и K — две разметки сети (P, T, F) .

Предположим, что переход t активен в разметке M сети Петри $\pi_1 = (P, T, F, W, M)$, и в результате его срабатывания образуется разметка M' .

Тогда переход t также активен в разметке $M + K$ сети Петри $\pi_2 = (P, T, F, W, M + K)$, и в результате его срабатывания образуется разметка $M'' = M' + K$.

Доказательство.

Если $M \xrightarrow{t} M'$, то $F_W(\bullet, t) \preceq M$ и справедливо равенство $M' = (M \ominus F_W(\bullet, t)) + F_W(t, \bullet)$.

Тогда $F(\bullet, t) \preceq M + K$, и поэтому переход t активен в разметке $M + K$ сети π_2 .

При его срабатывании образуется разметка

$$M'' = ((M + K) \ominus F_W(\bullet, t)) + F_W(t, \bullet) = M' + K \ . \ \square$$

Сети Петри: основные понятия

Следствие.
Пусть $\pi_1 = (P, T, F, W, M)$ и $\pi_2 = (P, T, F, W, M + K)$ — пара сетей Петри, в основе которых лежит одна и та же сеть (P, T, F) . Тогда

1) для любой последовательности переходов $t_1, t_2, \ldots, t_k$ и разметки M' верно соотношение
$M_1 \xrightarrow[*]{t_1, t_2, \ldots, t_k} M' \implies M + K \xrightarrow[*]{t_1, t_2, \ldots, t_k} M' + K$.
2) для любой разметки M' из множества $R(\pi_1)$ разметка $M' + K$ принадлежит множеству $R(\pi_2)$.
3) $L(\pi_1) \subseteq L(\pi_2)$.

Это основная теорема теории сетей Петри; на ее основе можно эффективно анализировать поведение сетей.

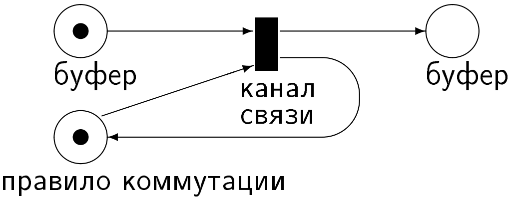
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Сети Петри находят применение во многих областях деятельности, не ограничиваясь одной лишь информатикой.

Рассмотрим некоторые из этих приложений, а также возникающие в них задачи анализа поведения сетей Петри.

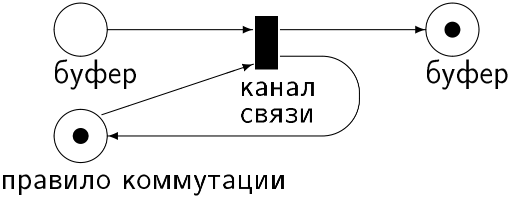
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Телекоммуникационные системы.



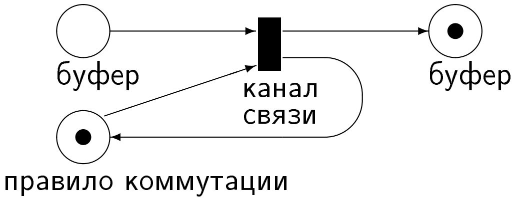
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Телекоммуникационные системы.



Сети Петри: области применения и свойства поведения

Телекоммуникационные системы.



Правильное функционирование сети подразумевает, что
1) буферы не переполняются,
2) сообщения не теряются, не дублируются и достигают пункта назначения.

Определим формально соответствующие этим требованиям свойства поведений сетей Петри.

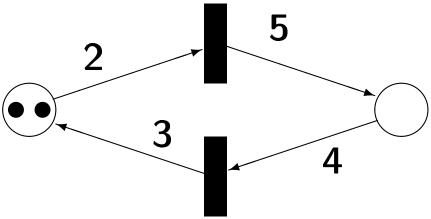
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Позиция p в сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ называется ограниченной , если существует такое число n , что для любой разметки $M', M' \in R(\pi)$, верно равенство $M'(p) \leq n$.

Сеть Петри называется ограниченной , если любая ее позиция ограничена.

Очевидно, что сеть Петри ограничена тогда и только тогда, когда множество ее достижимых разметок $R(\pi)$ конечно.

Сети Петри: области применения и свойства поведения



Пример неограниченной сети Петри.

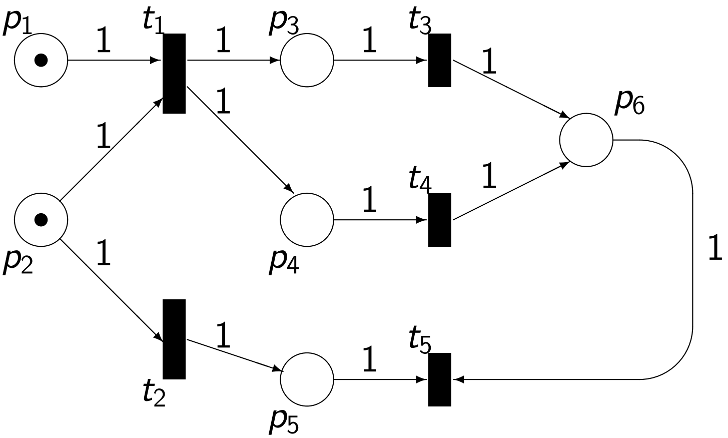
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Позиция p в сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ называется безопасной, если для любой разметки $M', M' \in R(\pi)$, верно равенство $M'(p) \leq 1$.

Сеть Петри называется безопасной, если любая ее позиция безопасна.

Свойство безопасности разумно проверять только для ординарных сетей Петри, у которых веса всех дуг равны 1.

Сети Петри: основные понятия



Пример небезопасной сети Петри.

Сети Петри: области применения и свойства поведения

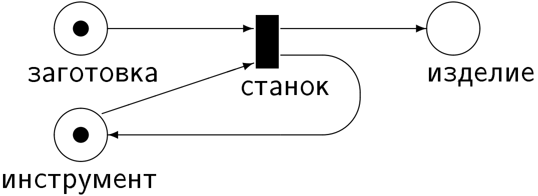
Сеть Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ называется консервативной , если для любой разметки $M', M' \in R(\pi)$, верно равенство $\sum\limits_{p \in P} M(p) = \sum\limits_{p \in P} M'(p)$.

В консервативных сетях общее число фишек остается неизменным на протяжении любого вычисления сети.

Нетрудно проверить, что сеть Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ является консервативной тогда и только тогда, когда для любого перехода $t, t \in T$, верно равенство $F_W(\bullet, t) = F_W(t, \bullet)$.

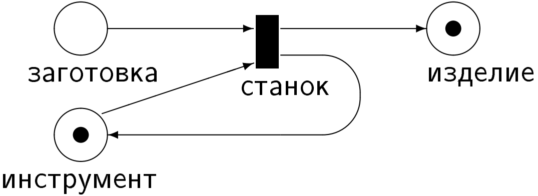
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Производственные процессы и бизнес-процессы.



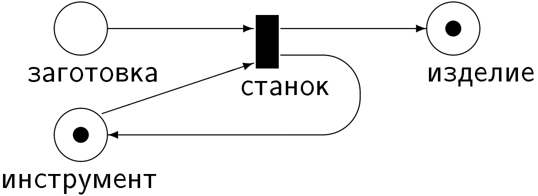
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Производственные процессы и бизнес-процессы.



Сети Петри: области применения и свойства поведения

Производственные процессы и бизнес-процессы.



Правильное функционирование сети подразумевает, что
1) станки не простаивают,
2) рабочие не мешают друг другу.

Определим формально соответствующие этим требованиям свойства поведений сетей Петри.

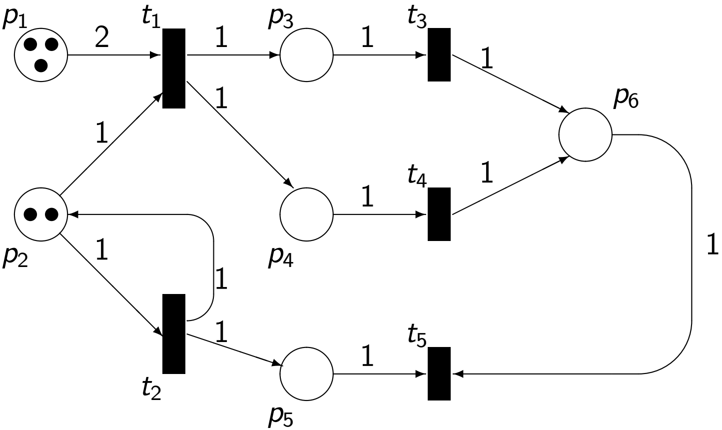
Сети Петри: области применения и свойства поведения

Переход t в сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ называется живым , если для любой разметки $M', M' \in R(\pi)$, существует такая разметка $M'', M'' \in R(\pi, M')$, верно соотношение $F_W(\bullet, t) \preceq M''$.

Живость перехода t означает, что любое конечное вычисление можно продолжить таким образом, чтобы на некотором шаге сработал переход t .

Сеть называется живой , если все переходы сети являются живыми.

Сети Петри: основные понятия



Переход t_2 является живым.
Все остальные переходы живыми не являются.

Сети Петри: области применения и свойства поведения

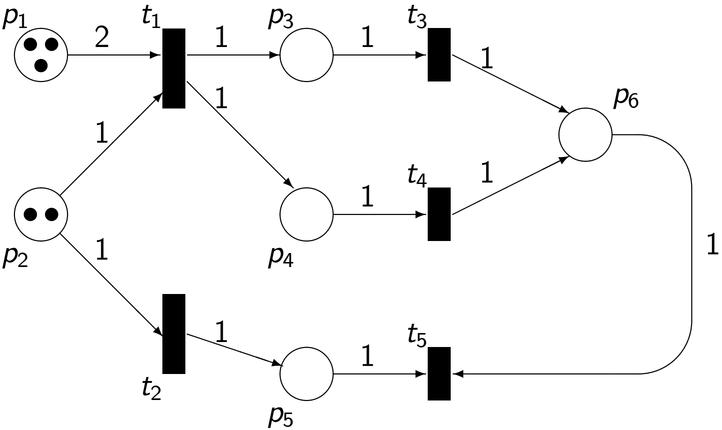
Переход t в сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ называется устойчивым (persistent), если для любой разметки $M', M' \in R(\pi)$, и для любого перехода $t', t' \neq t$, верно соотношение

$$F_W(\bullet, t) \preceq M' \wedge F_W(\bullet, t') \preceq M' \;\Rightarrow\; F_W(\bullet, t)+F_W(\bullet, t') \preceq M'.$$

Устойчивость перехода t означает, что если этот переход может сработать, то никакой другой переход не может, сработав, лишить его этой возможности.

Сеть называется устойчивой , если все переходы сети являются устойчивыми.

Сети Петри: основные понятия



Переход t_1 является неустойчивым.
Все остальные переходы являются устойчивыми.

Сети Петри: области применения и свойства поведения

Другие области применения сетей Петри.

позиция	**переход**	**позиция**
предусловия	событие	постусловия
входные данные	оператор	выходные данные
ресурсы потребленные	работа	ресурсы произведенные
предпосылки	логическое правило	заключения

Сети Петри: области применения и свойства поведения

Задачи анализа сетей Петри — это задачи проверки свойств ограниченности, безопасности, живости, устойчивости, а также две центральные задачи теории сетей Петри:

- проблема достижимости : для заданной сети Петри $\pi = (P, T, F, W, M)$ и заданной разметки M' проверить включение $M' \in R(\pi)$;
- проблема R-эквивалентности : для заданной пары сетей Петри $\pi_1 = (P, T_1, F_1, W_1, M_1)$ и $\pi_2 = (P, T_2, F_2, W_2, M_2)$ с одним и тем же множеством позиций P проверить равенство $R(\pi_1) = R(\pi_2)$.

Изучение этих задач проведем в следующих лекциях.

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ 1