

Пакеты научных вычислений

Лекция 1

Знакомство с Maple. Режимы интерфейса Document Mode и Worksheet Mode. Режимы ввода Math Mode и Text Mode.

Синтаксис команд Maple. Основные объекты и типы данных. Операции оценивания выражений.

Команды преобразования выражений

Наседкина А. А.



Знакомство с Maple

Что такое Maple?

Пользовательский интерфейс:

- Режим документа (Document Mode)
- Режим рабочего листа (Worksheet Mode)

Режимы ввода и их особенности

- текстовый (Text Mode)
- математический (Math Mode)

Переключение между режимами интерфейса Maple

Использование справки

Что такое Maple?

- Maple – англ. «клен»
- Пакет компьютерной алгебры, среда точных и приближенных вычислений
- В первую очередь, **среда символьных (аналитических) вычислений**, но также имеет средства для приближенных вычислений (численное решение ДУ, нахождение интегралов и др.)
- Развитая графика, визуализация
- Язык программирования, напоминающий Pascal



Разработчик: Waterloo Maple Inc. (концепция: University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1980)

Сайт: maplesoft.com

Версии Maple

- Первый выпуск: Maple 1.0 (1982)
- **На мехмате: Maple 11.0 (2007)**
- Далее были: Maple 12-18 (2014), затем Maple 2015 и т.д. по годам
- Последняя версия: Maple 2022
- Есть профессиональная, академическая и студенческая версии (все платные, commercial software)

Maple 11.0

- Можно вводить математические выражения, используя стандартные обозначения
- Есть интерфейсы к C, C#, Fortran, Java, Matlab, VisualBasic, Excel
- Функциональность обеспечивается библиотеками

Основные черты и возможности Maple 11

Customizable Palettes

Units and Tolerances

Numeric Formatting

Excel® Data Exchange

Natural Math Notation

Annotations

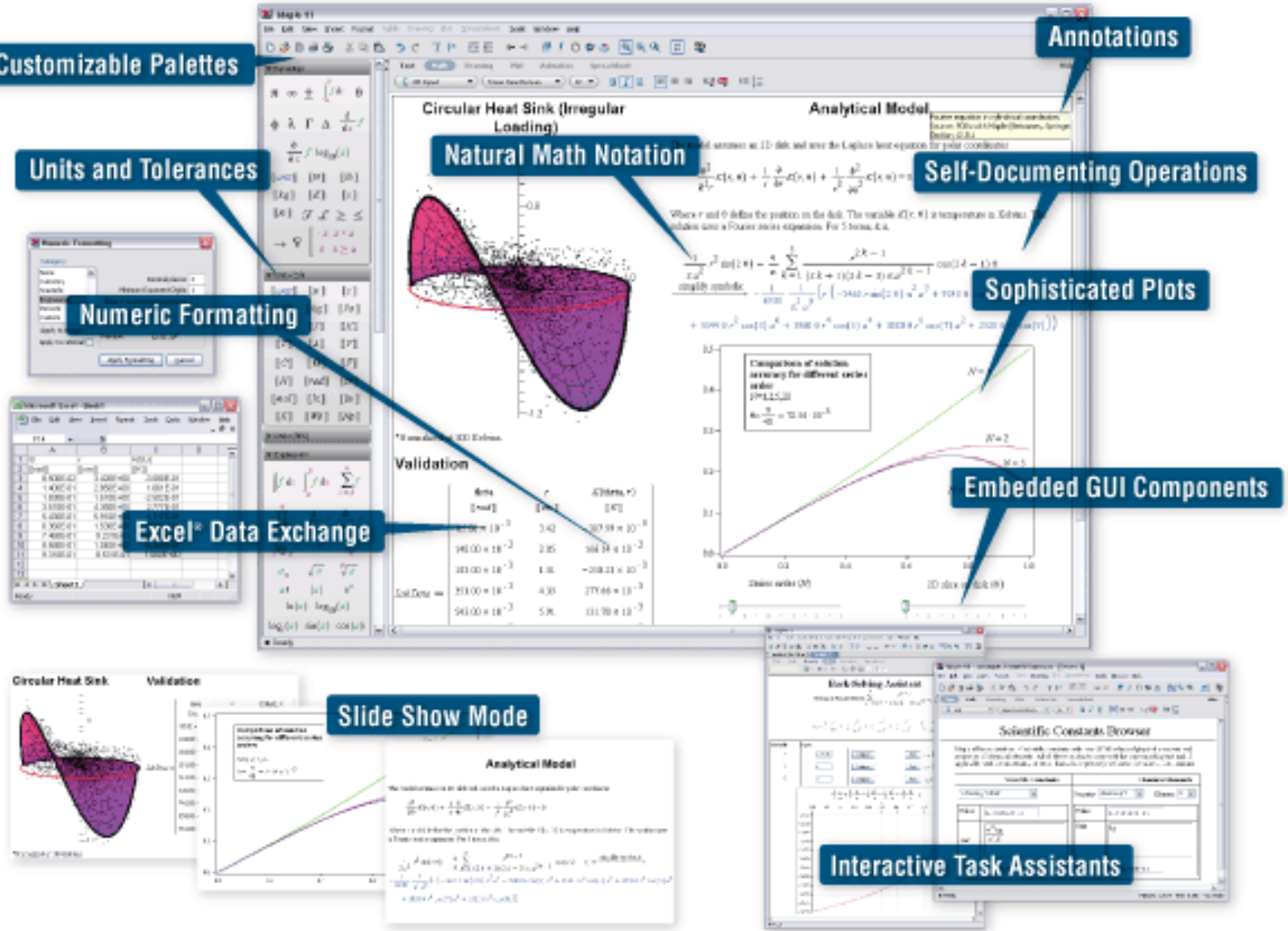
Self-Documenting Operations

Sophisticated Plots

Embedded GUI Components

Slide Show Mode

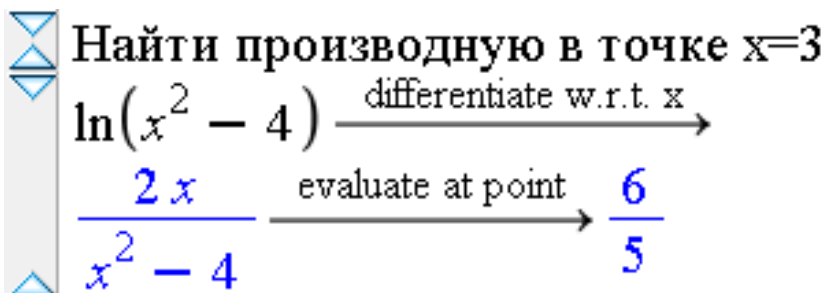
Interactive Task Assistants



Режимы интерфейса в Maple

Document Mode

- Режим для создания документов с математическими вычислениями
- Скрывает все команды, используемые для выполнения вычислений
- Не требует знания синтаксиса Maple

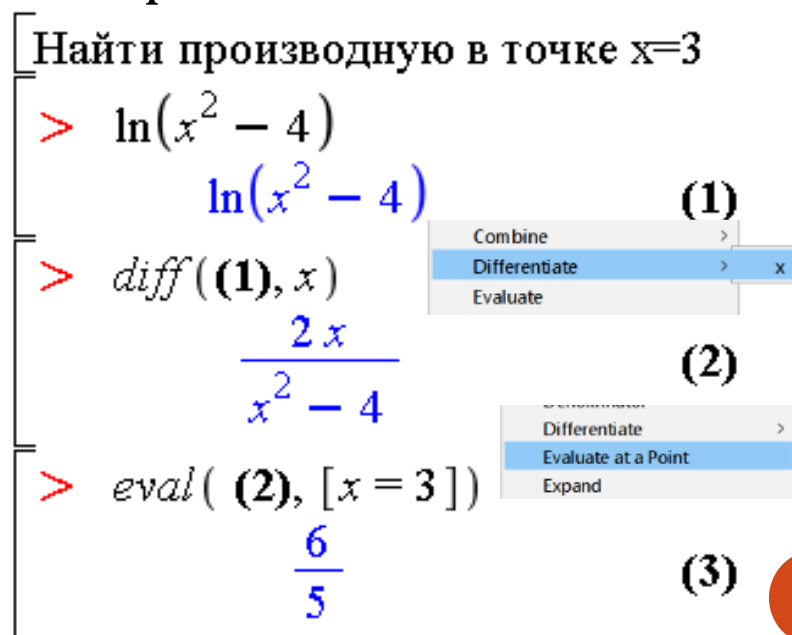


Найти производную в точке $x=3$

$$\ln(x^2 - 4) \xrightarrow{\text{differentiate w.r.t. } x} \frac{2x}{x^2 - 4} \xrightarrow{\text{evaluate at point}} \frac{6}{5}$$

Worksheet Mode

- Традиционный интерфейс Maple для ввода команд
- Есть символ командной строки $[>$
- Весь синтаксис команд отображается



Найти производную в точке $x=3$

$> \ln(x^2 - 4)$

$\ln(x^2 - 4)$ (1)

$> \text{diff}((1), x)$

$\frac{2x}{x^2 - 4}$ (2)

$> \text{eval}((2), [x = 3])$

$\frac{6}{5}$ (3)

Ввод математических выражений

Text

Math

- Режимы ввода: **Text Mode** и **Math Mode** (переключение – [F5])
- **Math mode** : для ввода выражений в стиле «двумерной математики» 2D Math: $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}, x^2, a_1$
- **Text Mode**: в режиме интерфейса Document Mode – для ввода текстовых комментариев , в режиме интерфейса Worksheet Mode – для ввод выражений в стиле «одномерной математики» 1D Math: $1/2+3/5, x^2, a_1$

2D-Math

- Навигация по выражению – с помощью кнопок \leftarrow \rightarrow \uparrow \downarrow
- Выход из набора рациональной дроби или степени \rightarrow
- Знак умножения * можно опускать в случаях умножения числа на переменную $2x$ или переменную на переменную (между именами переменных ставится пробел): $x y$

Использование палитр (Palettes) для ввода сложных математических выражений



$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\int_0^{1.9} x^2 \sin(x^2 + 1) dx$$

▼ Common Symbols

π	e	i	j	I	∞
Σ	Π	\int	d	\cap	\cup
\geq	$>$	\nlessdot	\nlessdot	\leq	$<$
$\cancel{\neq}$	$\cancel{\neq}$	α	\approx	\sim	$=$
\neq	\equiv	\neq	\in	\notin	\subseteq
\setminus	\emptyset	\exists	\forall	\neg	\wedge
\vee	$\underline{\vee}$	\Rightarrow	\mathbb{C}	\mathbb{R}	\mathbb{N}
\mathbb{Q}	\mathbb{Z}	\mathfrak{R}	\mathfrak{S}	$:=$	\parallel
'	+	-	x	/	\pm
\mp	\circ	*	\cdot	\cdot	∇
!	$\&$	\hbar	ℓ	\perp	

▼ Expression

$\int f dx$	$\int_a^b f dx$	$\sum_{i=k}^n f$	$\prod_{i=k}^n f$	$\frac{d}{dx} f$	$\frac{\partial}{\partial x} f$
$\lim_{x \rightarrow a} f$	a^b	a_n	a_*	\sqrt{a}	$\sqrt[n]{a}$
$a!$	$ a $	e^a	$\ln(a)$	$\log_{10}(a)$	$\log_b(a)$
$\sin(a)$	$\cos(a)$	$\tan(a)$	$\binom{a}{b}$	$f(a)$	$f(a, b)$
$f := a \rightarrow y \quad f := (a, b) \rightarrow z \quad f(x) \Big _{x=a}$					
$\begin{cases} -x & x < a \\ x & x \geq a \end{cases}$					

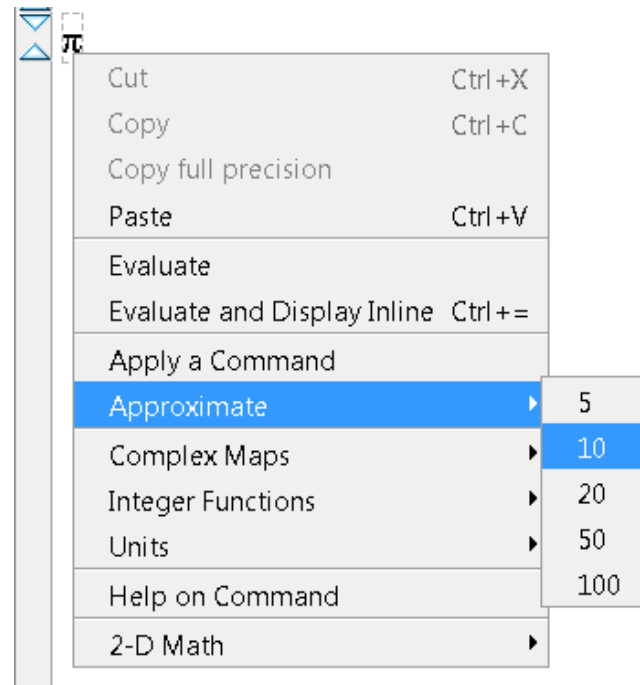
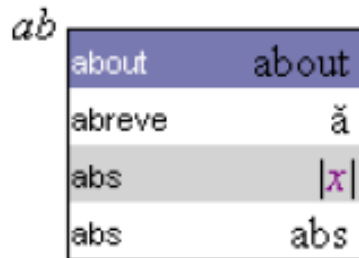
Дополнительные возможности для ввода и вычисления математических выражений

Вызов контекстного меню



- Правая кнопка мыши

Автоматическое завершение команды

- [Ctrl]+[Space]




Кнопки пересчета вычислений

- Выполнение вычислений в выделенных строках или текущей строке: 
- Выполнение вычислений во всем документе: 

Обзор режима интерфейса Document Mode




- File->New->Document Mode
- Включение маркеров документного блока  View->Markers


Режим ввода Text Mode

- Вертикальный курсор в документном блоке 
- Для ввода обычного текста, математические выражения не вычисляются



Режим ввода Math Mode

- Наклонный курсор в документном блоке  
- Ввод в виде 2D-Math  $\frac{x^2}{3}$
- Все команды скрыты, показан только результат

 $x^2 + 7x + 10 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = -2\}, \{x = -5\}$

Режим интерфейса Document Mode : вычисление выражений

Вывод результата на той же строке

- **[Ctrl]+[=]**
- Правая кнопка мыши: Evaluate and Display Inline

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i\sqrt{2}$$

Вывод результата на другой строке в центре

- [Enter]
- Правая кнопка мыши: Evaluate

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx$$

Обзор режима интерфейса Worksheet Mode

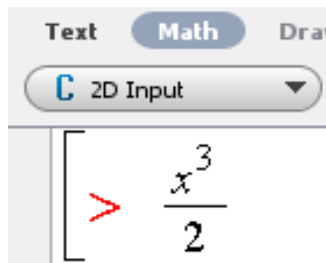
- File->New->Worksheet Mode
- Оба режима ввода текста – Math и Text – служат для ввода математических выражений и команд Maple
 - **Math** – ввод в нотации 2D-Math $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$, `sqrt(2)`
 - **Text** – ввод в нотации 1D-Math `1/2+3/5`, `x^2`, `a_1`
- Ввод текстовых комментариев: **T**
- Вставка рабочей группы: **[>**
- Отделение команд друг от друга – ; или :
- Подавление вывода результата на экран – двоеточие в конце команды

```
> 2 + 3 :  
> 2 + 3 : sqrt(2); evalf(π, 3)
```

$\sqrt{2}$
3.14

Режим ввода Math Mode в Worksheet Mode

- Наклонный курсор в рабочей группе $\left[\right] > \{$
- Ввод выражений в виде 2D-Math



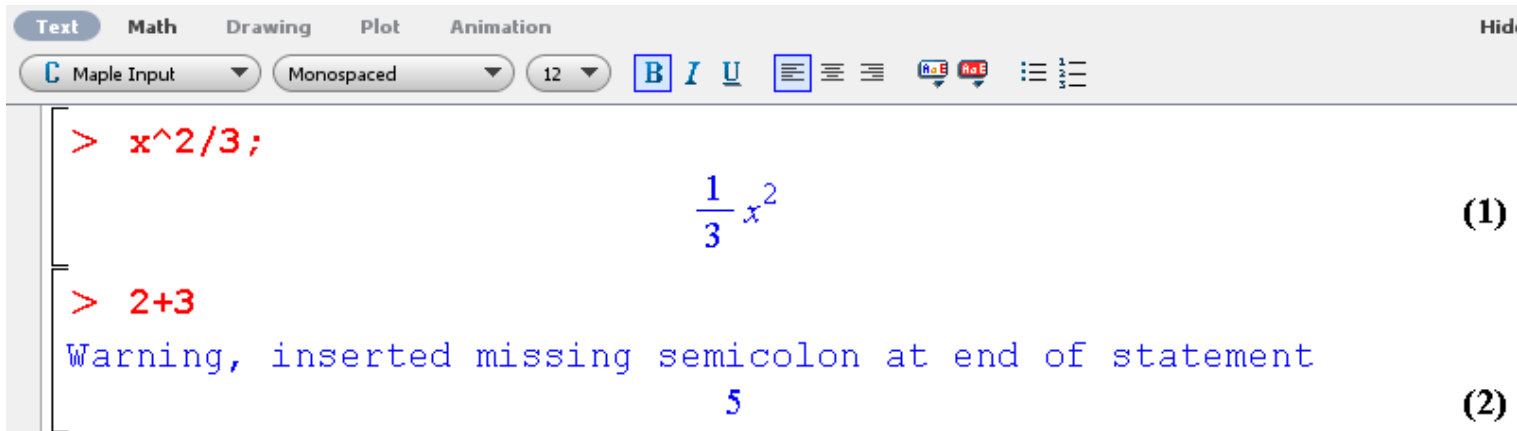
- Выполнение команд – по нажатию [Enter]
- Весь синтаксис команд отображается при использовании контекстного меню

$$\left[\begin{array}{l} > x^2 + 7x + 10 \\ > solve(\{ x^2 + 7*x + 10 = 0 \}) \\ \qquad \qquad \qquad \{x = -2\}, \{x = -5\} \end{array} \right]$$

- Вызов контекстного меню возможен как для введенного выражения, так и для результата

Режим ввода Text Mode в Worksheet Mode

- Стиль старых версий Maple
- Вертикальный курсор в рабочей группе `[> |`
- Ввод выражений в виде 1D-Math, введенное выражение должно заканчиваться точкой с запятой или двоеточием



The screenshot shows the Maple worksheet interface with the 'Text' tab selected. The toolbar includes options for 'Maple Input', 'Monospaced' font, font size '12', and various text formatting icons (bold, italic, underline, list, etc.). The input area shows two examples:

```
> x^2/3;
```

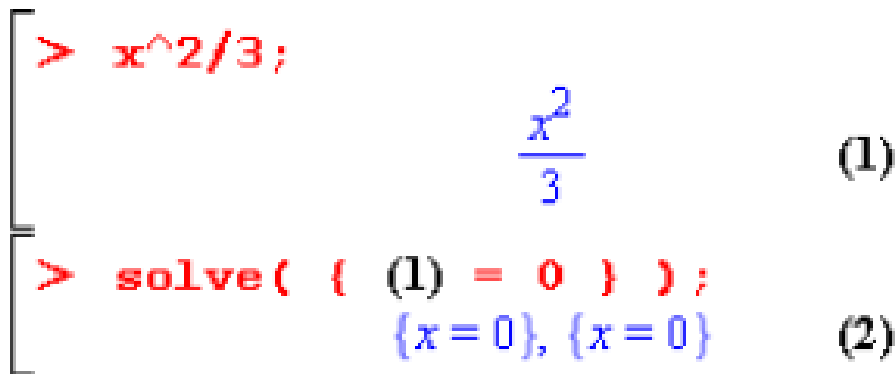
$$\frac{1}{3}x^2 \quad (1)$$

```
> 2+3
```

Warning, inserted missing semicolon at end of statement

$$5 \quad (2)$$

- Вызов контекстного меню возможен только для результата!



The diagram shows a vertical bracket on the left side of the input area, indicating that the context menu is called for the result of the first command.

```
> x^2/3;
```


$$\frac{x^2}{3} \quad (1)$$

```
> solve( { (1) = 0 } );
```


$$\{x=0\}, \{x=0\} \quad (2)$$

Переключение между режимами интерфейса


- В режиме Document Mode можно показать скрытые команды: View -> Expand Document Block:

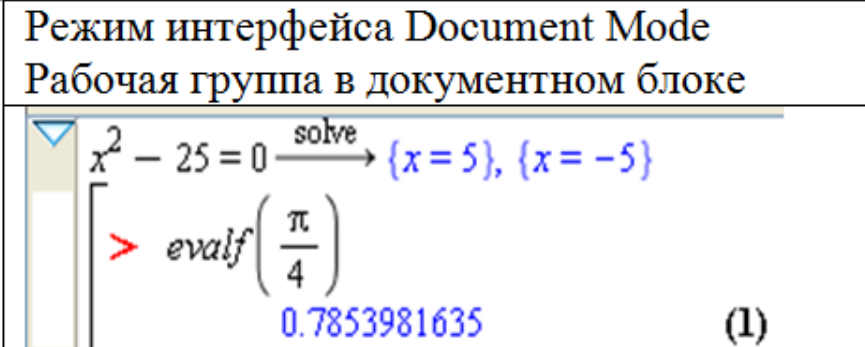
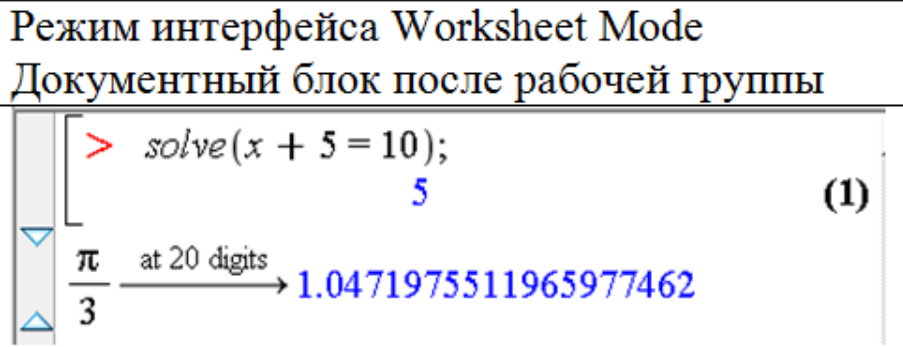
Document Mode	Worksheet Mode
 $x^2 - 25 = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 5\}, \{x = -5\}$	$> x^2 + -25 = 0$ $x^2 - 25 = 0$ (1)
	$\xrightarrow{\text{solve}}$ $> \text{solve}(\{ (1) \})$ $\{x = 5\}, \{x = -5\}$ (2)

- В режиме Worksheet Mode можно скрыть все команды и показывать только результат: View-> Collapse Execution Group

Worksheet Mode	Document Mode
$> \text{expr} := \frac{\pi}{3} + 1; \text{evalf}(\text{expr}, 10);$ $\text{expr} := \frac{1}{3} \pi + 1$ 2.04719755	 $\text{expr} := \frac{1}{3} \pi + 1$ 2.047197551

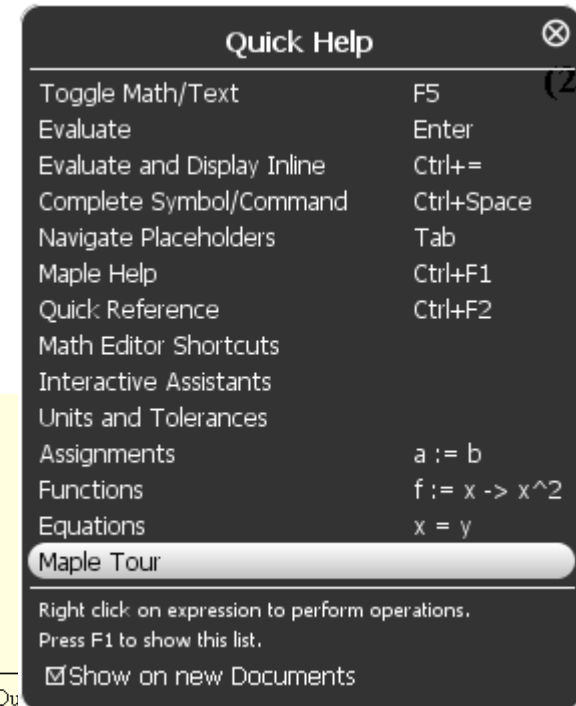
Совмещение разных режимов интерфейса

- Из режима Document Mode в режим Worksheet Mode
 1. Вставка рабочей группы с помощью кнопки 
 2. Вставка рабочей группы до или после курсора, используя верхнее меню: Insert->Execution Group-> Before/After Cursor
- Из режима Worksheet Mode в режим Document Mode
 - Format-> Create Document Block
 - Format-> Remove Document Block
- Удаление элемента рабочей группы или документного блока
 - Edit->Delete Element

Режим интерфейса Document Mode Рабочая группа в документном блоке	Режим интерфейса Worksheet Mode Документный блок после рабочей группы
 <p>$x^2 - 25 = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 5\}, \{x = -5\}$</p> <p>$\text{evalf}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 0.7853981635 (1)</p>	 <p>$\text{solve}(x + 5 = 10);$ 5 (1)</p> <p>$\frac{\pi}{3} \xrightarrow{\text{at 20 digits}} 1.0471975511965977462$</p>

Использование справочной системы Maple

- [F1] – быстрая справка Quick Help
- [F2] – справка по команде
- [Ctrl]+[F1] – открывает справочную систему
- [Ctrl]+[F2] – краткая справка Quick Reference



Maple Quick Reference Card

Windows® version

► Document Mode vs. Worksheet Mode

► Common Operations Available in Both Document and Worksheet Modes

Display quick help	[F1] for Quick Help. [Ctrl] [F2] for Qu
Refer to previous result using equation numbers	[Ctrl] [L] then enter equation number in dialog
Recompute calculations within a highlighted selection or chain of commands	! on toolbar
Recompute all calculations in a document	!!! on toolbar
Symbol selection, e.g. ϵ (epsilon)	Enter leading characters [Ctrl] [Space], e.g. eps [Ctrl] [Space]
Command completion, e.g. Lambert W function	Enter leading characters [Ctrl] [Space], e.g. Lamb [Ctrl] [Space]
Perform context operation on math expression	Right-click any math expression
Insert prompt	> on toolbar
Insert text paragraph	T on toolbar

► 2-D Math Editing Operations, Keyboard Shortcuts, and Operations ([Details](#))

Синтаксис Maple

Синтаксис команд

Использование пакетов команд

Команда restart; операторы :=, #, %

Нумерация результатов и ссылки на них

Синтаксис команд Maple

- Команды верхнего уровня доступны непосредственно

➤ **command(arg1,arg2,...);**

> *diff(tan(x) sin(x) , x)*

$$(1 + \tan(x)^2) \sin(x) + \tan(x) \cos(x)$$

- Для команд из пакетов требуется подключение пакета:

➤ **package[command](arg1,arg2,...);**

➤ **with(package): command(arg1,arg2,...);**

Команда создания единичной матрицы из пакета LinearAlgebra

> *LinearAlgebra[IdentityMatrix](2);*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> *with(LinearAlgebra) :*

> *IdentityMatrix(2)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Синтаксис Maple: использование пакетов с командами

- Подключение пакета

➤ **with(package):**
command(arg1,arg2,...);

> *with(Optimization):*

> *NLPSolve* $\left(\frac{\sin(x)}{x}, x = 1 .. 15\right)$

[-0.0913252028230576718, [x = 10.9041216700744900]]

- Отключение пакета

unwith(package):

> *unwith(Optimization):*

- Пример, когда требуется отключение пакета: есть две одинаковых команды `changecoords` – верхнего уровня и в пакете `plots`

Важные операторы

- Оператор присваивания **:=**
- Команда **restart** – очистка памяти
- Знак комментария **#** (игнорирование ввода)
- Вызов предыдущего результата **%**
 - предпред- и предпредпредыдущего результата **%%** и **%%%**

```
> a := 2
a := 2
> a + 3
5
> restart; a
a
> b := 1 : #c:=2
> a := b + c
a := 1 + c
> % - 3
-2 + c
> %%% - %
3 - c
```

Нумерация результатов и ссылки на них

- Все результаты вычислений нумеруются (как в Worksheet Mode, так и в Document Mode), на них можно ссылаться

$$\begin{array}{l} > \int \sin(x) \, dx \\ & \qquad \qquad \qquad -\cos(x) \qquad \qquad \qquad \mathbf{(1)} \\ > \int \mathbf{(1)} \, dx \\ & \qquad \qquad \qquad -\sin(x) \qquad \qquad \qquad \mathbf{(2)} \end{array}$$

- Insert->Label или [Ctrl]+[L]
- Если нумерация не отображается:
Tools->Options->Display->Show equation labels

Основные объекты, виды вычислений и типы данных в Maple

Основные объекты Maple

- Числа
- Константы
- Символьные объекты (имена)
- Переменные

Виды вычислений

Основные типы данных

Основные объекты в Maple

- Простейшими объектами в Maple являются:
 - Числа
 - Константы
 - Символьные объекты (имена)
 - Переменные
-
- Из простых объектов Maple можно составлять *выражения Maple*, используя знаки математических операций (математические выражения), логических операций (логические выражения) и др.

Числа

- **Целые (*integers*)**

Пример: 3, -100

- **Рациональные (обыкновенные дроби)**

Maple 2D-Math: $> \frac{2}{3}$

Maple 1D-Math: $> 2/3;$

- **Иррациональные (радикалы)**

Maple 2D-Math: $> \sqrt{2}; \sqrt[3]{123}$

Maple 1D-Math: $> \text{sqrt}(2); 123^{1/3};$

- **Комплексные**

Maple 2D-Math: $> 2 + 3 \cdot I$

Maple 1D-Math: $> 2+3*I;$

- **Числа с плавающей точкой (*floating-point*)**

Задаются в виде целой и дробной частей, разделенных десятичной точкой, либо в показательной (экспоненциальной) форме

Maple 2D-Math: > 1.02

Maple 1D-Math: $> 0.102e1;$

Константы

- В Maple содержится несколько predefined (символьных) констант.
- К значению констант можно обратиться, используя их имена либо соответствующие им символы.
- Константа в Maple – это объект, значение которого нельзя изменить с помощью оператора присваивания.
 - Математические константы π ; I ; ∞
 - Логические константы **true**, **false**, **FAIL**
 - Научные константы (доступны при подключении пакета Scientific Constants), категории: физические константы и константы свойств химических элементов и изотопов

```
> with(ScientificConstants)
[AddConstant, AddElement, AddProperty, Constant, Element, GetConstant, GetConstants, GetElement, GetElements,
GetError, GetIsotopes, GetProperties, GetProperty, GetUnit, GetValue, HasConstant, HasElement, HasProperty,
ModifyConstant, ModifyElement]
```

```
> GetConstant(c)
```

```
speed_of_light_in_vacuum, symbol = c, value = 299792458, uncertainty = 0, units =  $\frac{m}{s}$ 
```

Символьные объекты (имена)

- Символьный объект - любая комбинация букв, цифр и знаков подчеркивания, начинающаяся с буквы, без использования знаков математических операций. В именах можно использовать буквы национального алфавита, включая русский.

```
> a:
```

```
> b12_c3:
```

```
> ElenaIvanova:
```

```
> 12v;
```

```
Error, missing operator or `;`
```

- Символом считается любая последовательность любых знаков, заключенных в обратные кавычки.

```
> `12v`;
```

```
12v
```

```
> `Sasha+Masha`;
```

```
Sasha + Masha
```

Переменные

- Символы используются для описания *переменных*.
Значение переменной задается с помощью оператора присваивания :
имя переменной := значение переменной
- В качестве имен переменных можно использовать любые пользовательские разрешенные имена или любую комбинацию знаков, заключенных в обратные кавычки.
- Нельзя использовать зарезервированные имена, такие как имена констант Maple, названия команд Maple, системных переменных, логических операторов, служебных слов структур программирования и др. (даже когда они заключены в обратные кавычки)

Примеры задания переменных

```
> a:=3;
```

```
a := 3
```

```
> `12v`:=10;
```

```
12v := 10
```

```
> a:=`12v`+1;
```

```
a := 11
```

```
> Pi:=1;
```

```
Error, attempting to assign to `Pi` which is protected
```

```
> plot:=a+1;
```

```
Error, attempting to assign to `plot` which is protected
```

```
> `plot`:=a+1;
```

```
Error, attempting to assign to `plot` which is protected
```

Отмена присваивания

- имя переменной := 'значение переменной'
- **unassign('a')**

```
> b:=2;c:=8;b+1;c+5;
```

```
b := 2
```

```
c := 8
```

```
3
```

```
13
```

```
> b:='b';b+1;
```

```
b := b
```

```
b + 1
```

```
> unassign('c');c+5;
```

```
c + 5
```

Виды вычислений в Maple

- **символьные (точные)** – аналитические преобразования выражений, содержащих символьные величины, переменные, функции и точные числа.

```
> sqrt(2) / (3+5) ;
```

$$\frac{1}{8} \sqrt{2}$$

- **численные (приближенные, floating-point computations)** – используется арифметика конечной точности, при таких вычислениях используются приближенные значения точных величин, такие вычисления всегда содержат некоторую погрешность.

```
> sqrt(2.) / (3+5) ;
```

0.1767766952

Обзор используемых в Maple кавычек

Вид кавычек	Обозначение	Набор на клавиатуре EN-раскладка	Значение
Обратные одинарные кавычки	<code>'...'</code>		Задают символьный объект
Прямые одинарные кавычки	<code>'...'</code>		Используются в синтаксисе отложенных вычислений
Прямые двойные кавычки	<code>"..."</code>		Задают строку

Основные типы данных

В Maple существует около 200 типов данных, в том числе:

- типы математических операций:
 - ``+`` (сложение)
 - ``*`` (умножение)
 - ``^`` (возведение в степень)
- типы сравнения:
 - ``<`` (меньше)
 - ``<=`` (меньше или равно)
 - ``<>`` (не равно)
- типы логических операций
- числовые типы, например:
 - **integer** – целое число
 - **float** – число с плавающей точкой
 - **fraction** – рациональная дробь
- тип символ (**symbol**)

Команды определения типа данных

- **whattype(x)** – выдает тип объекта *x*
- **type(x,x_type)** – проверяет объект *x* на соответствие типу *x_type* и выдает одну из логических констант: **true** (истина), **false** (ложь) или **FAIL** (не определено)

```
> whattype(a+b) ;whattype(a-b) ;
```

```
‘+’
```

```
‘+’
```

```
> whattype(2>3) ;
```

```
‘<’
```

```
> whattype(1/2) ;
```

```
fraction
```

```
> whattype(2) ;
```

```
integer
```

```
> whattype(2.) ;
```

```
float
```

Команды определения типа данных: примеры

```
> whattype(a);whattype(`a+b`);
```

symbol

symbol

```
> type(2,integer);type(2,float);
```

true

false

```
> type(a+b,`+`);type(`a+b`,`+`);
```

true

false

- Тип переменной может меняться в зависимости от присвоенного ей значения:

```
> a:=3; whattype(a);
```

a := 3

integer

```
> a:=sqrt(2);whattype(a);
```

a := $\sqrt{2}$

∧

Операции оценивания выражений

- Семейство команд eval
 - eval
 - evalf
 - evalb
 - evalc
 - evalm
- Оценивание вещественных выражений
- Оценивание комплексных выражений

Семейство команд **eval**

- **eval(x)** – вычисление значения выражения x
- **eval(expr, x = a)** – вычисление значения выражения $expr$ при $x=a$

- **evalf(x)** – вычисление приближенного значения выражения x
evalf[n](x) – приближенное значение x с выводом n цифр числа
- Переменная среды **Digits** – задает количество цифр в числах с плавающей точкой
Digits := n
(n – натуральное число, по умолчанию $n=10$)

- **evalc(x)** – вычисление значения комплексного выражения
- **evalb(x)** – вычисление значения логического выражения
- **evalm(x)** – вычисление значения матричного выражения

Команды `eval` и `evalf`: примеры

Команды `eval` и `evalf`

> $f := x^3 + 5x + 2$

$$f := x^3 + 5x + 2$$

> $eval(f, x = \sqrt{2})$

$$7\sqrt{2} + 2$$

> $f \Big|_{x=3.2}$

$$50.768$$

> $f1 := eval(f, x = \sqrt{2}) : evalf(f1)$

$$11.89949493$$

> $evalf[15](f1)$

$$11.8994949366117$$

Использование переменной среды `Digits`

> $Digits := 20 : evalf(f1)$

$$11.899494936611665342$$

Другие команды семейства `eval`: примеры

Значение комплексного выражения

> $z := -1 - I \cdot \text{sqrt}(3); z^4$

$z := -1 - I\sqrt{3}$

$(-1 - I\sqrt{3})^4$

> $\text{evalc}(z^4)$

$-8 - 8I\sqrt{3}$

Значение булева выражения

> $f := 1 = 2; \text{eval}(f); \text{evalb}(f);$

$f := 1 = 2$

$1 = 2$

false

Значение матричного выражения

> $A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; B := \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix};$

> $\text{evalm}((A + B)^2)$

$\begin{bmatrix} 116 & 144 \\ 180 & 224 \end{bmatrix}$

Оценивание вещественных выражений

trunc(x) – вычисление целой части вещественного выражения x

frac(x) – вычисление дробной части вещественного выражения x

round(x) – округление вещественного выражения x

$$> \text{trunc}\left(\frac{8}{3}\right); \text{frac}\left(\frac{8}{3}\right); \text{round}\left(\frac{8}{3}\right)$$

2

$\frac{2}{3}$

3

$$> \text{trunc}(-2.5); \text{frac}(-2.5); \text{round}(-2.5)$$

-2

-0.5

-3

$$> \text{trunc}(3.5 + 4.2 I); \text{frac}(3.5 + 4.2 I); \text{round}(3.5 + 4.2 I)$$

$3 + 4 I$

$0.5 + 0.2 I$

$4 + 4 I$

Оценивание комплексных выражений

Re(z) – вещественная часть

Im(z) – мнимая часть

conjugate(z) – комплексно сопряженное выражение

polar(z) – модуль и аргумент

evalc(z) – вычисление значения комплексного выражения

```
> z := 5 - 3 I
z := 5 - 3 I
> Re(z)
5
> Im(z)
-3
> conjugate(z)
5 + 3 I
> polar(z)
polar(√34, -arctan(3/5))
```

```
> z := (e^{I·π/3})^2
z := (1/2 + 1/2 I√3)^2
> evalc(z)
-1/2 + 1/2 I√3
```

Команды преобразования выражений

- Стандартные математические функции
- Команды для работы с целыми числами
- Выделение правой и левой частей выражения, числителя и знаменателя дроби
- Приведение дроби к нормальному виду
- Разложение многочлена на множители
- Приведение подобных
- Раскрытие скобок
- Преобразование и упрощение выражений

Стандартные математические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)
e^x	<code>exp (x)</code>
$\ln x$	<code>ln (x)</code>
$\log_{10} x$	<code>log10 (x)</code>
$\log_a x$	<code>log[a] (x)</code>
$ x $	<code>abs (x)</code>
\sqrt{x}	<code>sqrt (x)</code>
$\operatorname{sgn} x$	<code>signum (x)</code>
$\sqrt[n]{x}$	<code>root (x, n)</code>
$n!$	<code>n!</code>
$\delta(x)$	<code>Dirac (x)</code>

Тригонометрические и гиперболические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)
$\sin x$	<code>sin(x)</code>
$\cos x$	<code>cos(x)</code>
tgx	<code>tan(x)</code>
$ctgx$	<code>cot(x)</code>
shx	<code>sinh(x)</code>
chx	<code>cosh(x)</code>
thx	<code>tanh(x)</code>
$ctgx$	<code>coth(x)</code>
$\sec x$	<code>sec(x)</code>
$cosecx$	<code>csc(x)</code>

Обратные тригонометрические и гиперболические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)
$\arcsin x$	<code>arcsin (x)</code>
$\arccos x$	<code>arccos (x)</code>
$\arctg x$	<code>arctan (x)</code>
$\operatorname{arcctg} x$	<code>arccot (x)</code>
$\operatorname{arcsh} x$	<code>arcsinh (x)</code>
$\operatorname{arcch} x$	<code>arccosh (x)</code>
$\operatorname{arcth} x$	<code>arctanh (x)</code>
$\operatorname{arcctg} x$	<code>arccoth (x)</code>
$\operatorname{arcsec} x$	<code>arcsec (x)</code>
$\operatorname{arccosec} x$	<code>arccsc (x)</code>

Команды для работы с целыми числами

isprime(n) – булева функция, проверяющая, является ли число простым

ifactor(n) – разложение на простые сомножители

irem(n,m) – вычисление остатка от деления n на m

iquo(n,m) – вычисление частного от деления n на m

```
> isprime(57)
```

```
false
```

```
> ifactor(57)
```

```
(3) (19)
```

```
> isprime(157)
```

```
true
```

```
> ifactor(157)
```

```
(157)
```

```
> irem(62, 4)
```

```
2
```

```
> iquo(62, 4)
```

```
15
```

Команды для работы с целыми числами

igcd(n_1, n_2, \dots) – вычисление наибольшего общего делителя чисел n_1, n_2, \dots
ilcm(n_1, n_2, \dots) – вычисление наименьшего общего кратного чисел n_1, n_2, \dots
isqrt(n) – целый квадратный корень
iroot(n) – целый корень n -й степени

```
> igcd(-10, 6, -8)
```

2

```
> ilcm(-10, 6, -8)
```

120

```
> isqrt(8); sqrt(8); evalf(%)
```

3

$2\sqrt{2}$

2.828427124

```
> iroot(100, 3); evalf(root(100, 3))
```

5

4.641588834

Команды извлечения корня

root(x,n) – корень n -й степени алгебраического выражения (n - целое)

surd(x,n) – корень n -й степени от x , чей (в общем случае комплексный) аргумент наиболее близок к x

Если n – нечетное и

$x \geq 0$, то $\text{surd}(x,n) = x^{(1/n)}$

$x < 0$, то $\text{surd}(x,n) = -(-x)^{(1/n)}$.

```
> (8)^(1/3); root(8, 3); surd(8, 3);
```

$8^{1/3}$

2

2

```
> (8.0)^(1/3); root(8.0, 3); surd(8.0, 3);
```

2.000000000

2.000000000

2.000000000

```
> ((-8)^(1/3)); root(-8, 3); surd(-8, 3);
```

$(-8)^{1/3}$

$2(-1)^{1/3}$

-2

```
> (-8.0)^(1/3); root(-8.0, 3); surd(-8.0, 3);
```

1.000000000 + 1.732050807 I

1.000000000 + 1.732050807 I

-2.000000000

Выделение правой и левой частей выражения: rhs, lhs

lhs(*expr*) – выделение левой части

rhs(*expr*) – выделение правой части

> $eq := a^2 - b^2 = c$

$eq := a^2 - b^2 = c$

> $lhs(eq)$

$a^2 - b^2$

> $rhs(eq)$

c

> $h := x + y < 10$

$h := x + y < 10$

> $lhs(h)$

$x + y$

> $rhs(h)$

10

Выделение числителя и знаменателя рациональной дроби: numer, denom

numer(x) – выделение числителя дроби (алгебр. выражения)
denom(x) – выделение знаменателя дроби (алгебр. выражения)

$$> z := \frac{x^2 - y^2}{(x - y)^3} : z1 := \text{normal}(z)$$

$$z1 := \frac{x + y}{(x - y)^2}$$

$$> \text{numer}(z); \text{numer}(z1)$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y}$$

$$> \text{denom}(z); \text{denom}(z1)$$

$$\frac{(x - y)^3}{(x - y)^2}$$

Приведение дроби (алгебраического выражения) к нормальному виду: normal

normal(x) – приведение дроби (выражения) к нормальному виду

normal($x, expanded$) – приведение дроби (выражения) к нормальному виду с раскрытием скобок в многочленах

$$> \text{normal}(x^2 - (x + 1)(x - 1) - 1)$$

0

$$> \text{normal}\left(\frac{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}{(a - b)^2}\right)$$

1

$$> \text{normal}\left(\frac{x^2 - y^2}{(x - y)^3}\right)$$

$$\frac{x + y}{(x - y)^2}$$

$$> \text{normal}\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x + 1}\right); \text{normal}\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x + 1}, expanded\right)$$

$$\frac{x + 1 + x^2}{x(x + 1)}$$

$$\frac{x + 1 + x^2}{x^2 + x}$$

Разложение многочлена на множители: factor

factor(p) – разложение многочлена p на множители

$$> \text{factor}(6x^2 + 18x - 24)$$

$$6(x + 4)(x - 1)$$

$$> \text{factor}\left(\frac{x^3 - y^3}{x^4 - y^4}\right)$$

$$\frac{x^2 + xy + y^2}{(y + x)(x^2 + y^2)}$$

$$> \text{factor}(y^4 - 2)$$

$$y^4 - 2$$

$$> \text{factor}(y^4 - 2, \sqrt{2})$$

$$-(y^2 + \sqrt{2})(-y^2 + \sqrt{2})$$

Раскрытие скобок: `expand`

`expand(expr)` – раскрытие скобок в алгебраическом выражении

> `expand((x + 1)(x + 2))`

$$x^2 + 3x + 2$$

> `expand(sin(x + y))`

$$\sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y)$$

> `expand((x + 1)(y + z))`

$$xy + xz + y + z$$

> `expand((x + 1)(y + z), x + 1)`

$$(x + 1)y + (x + 1)z$$

Приведение подобных: collect

collect(*expr*,*var*) – приведение подобных членов выражения *expr* относительно переменной *var*

> $f := a \ln(x) - \ln(x) x - x$

$f := a \ln(x) - \ln(x) x - x$

> $\text{collect}(f, \ln(x))$

$(a - x) \ln(x) - x$

> $\text{collect}(f, x)$

$(-\ln(x) - 1) x + a \ln(x)$

> $f := a^3 x - x + a^3 + a$

$f := a^3 x - x + a^3 + a$

> $\text{collect}(f, x); \text{collect}(f, a^3)$

$(a^3 - 1) x + a^3 + a$

$(x + 1) a^3 + a - x$

Преобразование выражений: combine

combine(*expr*) – преобразование нескольких членов в один

combine(*expr, param*) – преобразование нескольких членов в один с использованием параметров: **exp**, **trig**, **power** и др.

$$\begin{aligned} > \text{combine} \left(\sin \left(\frac{1 \pi}{8} \right)^4 + \cos \left(3 \pi \frac{1}{8} \right)^4 + \sin \left(5 \pi \frac{1}{8} \right)^4 + \cos \left(7 \pi \frac{1}{8} \right)^4 \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{combine} (4 \sin(x)^3, \text{trig}) \\ & \qquad \qquad \qquad -\sin(3x) + 3 \sin(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{combine} (|x^2| |y + 1|, \text{abs}) \\ & \qquad \qquad \qquad |x^2 (y + 1)| \end{aligned}$$

$$> \text{expr} := 4 \sin(x)^3 \cdot a^x \cdot a^{3x} + e^y e^x :$$

$$\begin{aligned} > \text{combine} (\text{expr}, \text{trig}) \\ & \qquad \qquad \qquad -a^x a^{3x} \sin(3x) + 3 a^x a^{3x} \sin(x) + e^y e^x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{combine} (\text{expr}, \text{exp}) \\ & \qquad \qquad \qquad 4 \sin(x)^3 a^x a^{3x} + e^{y+x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{combine} (\text{expr}, \text{power}) \\ & \qquad \qquad \qquad 4 \sin(x)^3 a^{4x} + e^{y+x} \end{aligned}$$

Упрощение выражений: `simplify`

- `simplify(expr)` – упрощение выражения
- `simplify(expr,param)` – упрощение выражения с использованием параметров: **exp**, **trig**, **power** и др.
- `simplify(expr,assume=prop)` – упрощение выражения в предположении свойства `prop`

```
> eq := (cos(x) - sin(x)) * (cos(x) + sin(x)) : simplify(eq);
```

$$2 \cos(x)^2 - 1$$

```
> g := sqrt(x^2); simplify(g, assume = positive)
```

$$g := \sqrt{x^2}$$
$$x$$

```
> f := sin(x)^2 + ln(2*x) + cos(x)^2 :
```

```
> simplify(f, trig); simplify(f, ln)
```

$$1 + \ln(2x)$$

$$\sin(x)^2 + \ln(2) + \ln(x) + \cos(x)^2$$

Сравнение `simplify` и `combine`

```
> f := 4 cos(a)^3 - 3 cos(a) :
```

```
> simplify(f); combine(f)
```

$$\cos(a) (4 \cos(a)^2 - 3)$$
$$\cos(3a)$$