

«Изучение методов Шеннона – Фано и Хаффмана по построению эффективных кодов»

Цель работы — изучить возможности эффективного кодирования информации по методам Шеннона – Фано и Хаффмана.

Основные теоретические сведения

Кодирование, при котором обеспечивается минимальная средняя длина кодовых слов, называется *эффективным* (оптимальным). В эффективном коде символу, встречающемуся чаще всего, присваивается наиболее короткая кодовая комбинация.

Задачи эффективного кодирования заключаются в следующем:

- 1) Запоминание максимального количества информации в ограниченной памяти.
- 2) Обеспечение максимальной пропускной способности канала связи.

Эффективное кодирование базируется на теореме Шеннона о кодировании при отсутствии помех, согласно которой минимальная средняя длина кодовых слов определяется соотношением:

$$\bar{L}_{min} = \frac{H}{\log_2 K}$$

где H – энтропия источника сообщений, K – основание кода. Для двоичного кода, очевидно, что $L_{min} = H$.

Эффективностью кода x называется отношение L_{min} к реально достигнутой в данном коде средней длине кодовых слов L :

$$X = \frac{\bar{L}_{min}}{L} = \frac{H}{\bar{L} \log_2 K}$$

Средняя длина кодовых комбинаций может быть найдена следующим образом:

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^m p(s_i) L_i$$

где L_i - длина кодовой комбинации, соответствующей символу s_i из алфавита размером m .

Для случая отсутствия статистической взаимосвязи между символами метод построения эффективных кодов впервые был предложен Шенноном и Фано.

Для двоичного кода метод Шеннона-Фано сводится к следующему:

- 1) Буквы алфавита располагаются в порядке убывания вероятностей.
- 2) Алфавит букв разбивается на две группы таким образом, чтобы суммарные вероятности букв обеих групп были по возможности равны. Первой группе присваивается символ 1, второй символ – 0.

3) Каждую из образованных групп вновь делят на две части с приблизительно равными суммарными вероятностями и присваивают им 1 и 0. Таким образом, получают вторые цифры кода.

4) Процесс повторяется до тех пор, пока в каждой подгруппе не останется по одной букве. Рассмотрим пример построения кода Шеннона-Фано для алфавита из шести символов (таблица 1). Кодовое дерево, соответствующее полученному коду Шеннона-Фано, представлено на рис. 1.

Символы исходного алфавита	Pis	Разделение символов на группы				Кодовые слова	
		1	2	3	4		
S ₁	0.25	} I – 1	I – 1			11	
S ₂	0.25		II – 0			10	
S ₃	0.25	} II – 0	III – 1			01	
S ₄	0.125		} IV – 0		IV – 1		001
S ₅	0.0625				} V – 0		V – 1
S ₆	0.0625		VI – 0				0000

Таблица 1 – Получение эффективного кода по методу Шеннона –Фано

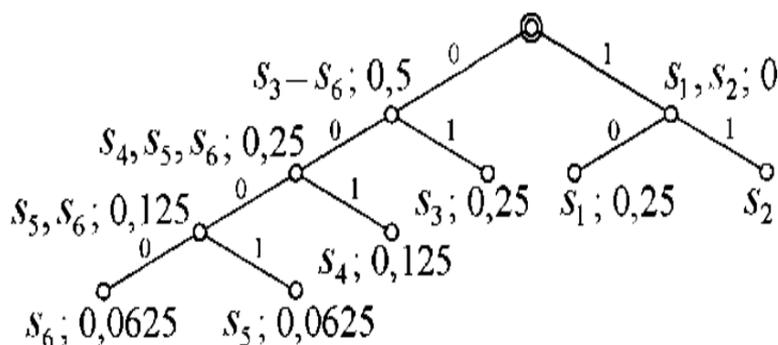


Рисунок 1 – Кодовое дерево для кода Шеннона-Фано

Метод Шеннона-Фано не всегда приводит к однозначному построению кода. От указанного недостатка свободен метод Хаффмана.

Для двоичного кода метод Хаффмана сводится к следующему:

1) Буквы алфавита выписываются в столбец в порядке убывания вероятностей.

2) Две последние буквы объединяются в одну вспомогательную букву, которой приписывается суммарная вероятность.

3) Вероятности букв, участвующих в объединении и полученная суммарная вероятность вновь располагаются в порядке убывания вероятностей в дополнительном столбце, а две последние буквы объединяются.

4) Процесс продолжается до тех пор, пока не будет получена единственная вспомогательная буква с суммарной вероятностью, равной 1.

Для получения кодовой комбинации, соответствующей данной букве необходимо проследить путь перехода по строкам и столбцам таблицы.

Рассмотрим пример построения кода Хаффмана для алфавита из восьми символов (таблица 2). Результат показан на рисунке 2 в виде кодового дерева соответствующего коду Хаффмана.

Символы	Вероятности	Вспомогательные столбцы			
		1	2	3	4
S ₁	0,4	0,4	0,4	0,6	1
S ₂	0,25	0,25	0,35	0,4	
S ₃	0,2	0,2	0,2		
S ₄	0,1				
S ₅	0,05	0,15			

Таблица 2 – Получение эффективного кода по методу Хаффмана

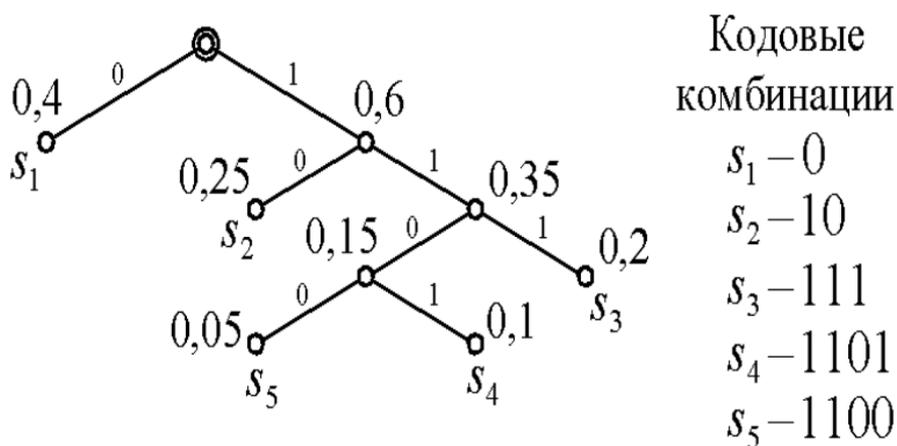


Рисунок 2 – Пример кодового дерева для кода Хаффмана

Порядок выполнения работы

Данная лабораторная работа предполагает выполнение следующих этапов:

- 1) Изучить методические указания к лабораторной работе.
- 2) Пройти собеседование с преподавателем и получить задание для выполнения работы.
- 3) На основе заданного первичного алфавита и вероятностей появления символов этого алфавита (табл. 3) получить в форме таблицы двоичный код Шеннона-Фано.
- 4) Построить кодовое дерево для полученного кода Шеннона-Фано.
- 5) Определить эффективность кода, полученного по методу Шеннона-Фано.
- 6) Выполнить пункты 3, 4, 5 для метода Хаффмана.
- 7) Сравнить эффективности методов Шеннона-Фано и Хаффмана. Сделать выводы о полученных результатах.
- 8) Оформить и защитить отчет по выполнению лабораторной работы.

Варианты заданий

Номер варианта студента определяется как порядковый номер в журнале преподавателя.

Вар.	Символы алфавита источника сообщений											
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
1	0,14	0,06	0,05	0,08	0,13	0,04	0,01	0,09	0,15	0,02	0,11	0,12
2	0,11	0,05	0,09	0,10	0,12	0,03	0,02	0,08	0,15	0,07	0,14	0,04
3	0,13	0,07	0,05	0,06	0,15	0,04	0,11	0,02	0,12	0,16	0,08	0,01
4	0,02	0,11	0,12	0,01	0,09	0,15	0,08	0,13	0,04	0,14	0,06	0,05
5	0,07	0,14	0,04	0,02	0,08	0,15	0,10	0,12	0,03	0,11	0,05	0,09
6	0,16	0,08	0,01	0,11	0,02	0,12	0,06	0,15	0,04	0,13	0,07	0,05
7	0,01	0,09	0,15	0,02	0,11	0,12	0,14	0,06	0,05	0,08	0,13	0,04
8	0,02	0,08	0,15	0,07	0,14	0,04	0,13	0,07	0,05	0,06	0,15	0,04
9	0,11	0,02	0,12	0,16	0,08	0,01	0,07	0,05	0,13	0,06	0,15	0,04
10	0,06	0,05	0,14	0,13	0,04	0,08	0,15	0,01	0,09	0,12	0,02	0,11
11	0,09	0,11	0,05	0,03	0,10	0,12	0,15	0,02	0,08	0,14	0,04	0,07
12	0,05	0,13	0,07	0,15	0,04	0,06	0,02	0,12	0,11	0,04	0,07	0,14
13	0,12	0,02	0,11	0,09	0,15	0,01	0,13	0,04	0,08	0,06	0,05	0,14
14	0,14	0,04	0,07	0,15	0,02	0,08	0,03	0,10	0,12	0,09	0,11	0,05
15	0,04	0,07	0,14	0,02	0,12	0,11	0,15	0,04	0,06	0,05	0,13	0,07
16	0,05	0,07	0,13	0,04	0,15	0,06	0,12	0,02	0,11	0,01	0,08	0,16
17	0,1	0,03	0,05	0,09	0,14	0,04	0,01	0,08	0,16	0,04	0,12	0,14
18	0,12	0,07	0,08	0,11	0,16	0,01	0,04	0,06	0,13	0,09	0,1	0,03
19	0,11	0,08	0,07	0,04	0,14	0,05	0,13	0,02	0,1	0,15	0,09	0,02
20	0,03	0,12	0,14	0,02	0,08	0,15	0,1	0,11	0,03	0,12	0,05	0,05
21	0,08	0,13	0,05	0,01	0,06	0,14	0,11	0,13	0,06	0,1	0,04	0,09
22	0,15	0,09	0,02	0,13	0,02	0,1	0,08	0,16	0,01	0,12	0,06	0,06
23	0,03	0,11	0,16	0,05	0,14	0,15	0,09	0,01	0,04	0,07	0,13	0,02
24	0,06	0,01	0,12	0,09	0,16	0,02	0,11	0,03	0,08	0,05	0,15	0,12

Таблица 3 – Вероятности появления символов для различных вариантов