**13-я проблема Гильберта.** Можно ли решить общее уравнение седьмой степени с помощью функций, зависящих только от двух переменных? (Можно ли функцию нескольких переменных представитьт в виде суперпозиции нескольких непрерывных функций двух переменных?)

**Теорема Колмогорова — Арнольда.** Многомерная непрерывная функция может быть представлена в виде конечной композиции непрерывных функций одной переменной и операции сложения.

Или: любая непрерывная функция, n вещественных переменных, может быть представлена в виде суммы функций, имеющих своим аргументом суммы непрерывных функций одного аргумента.

**Теорема Цибенко.** Пусть непрерывная сигмоидная функция

тогда конечная сумма

сколь угодно точно приближает любую непрерывную функцию . Другими словами, для сколь угодно малого выполняется условие

Проложим тропинку к нейронным сетям. Для начала в качестве сигмоидной функции используем функцию индикатор

тогда

Нейрон:

или

здесь – входные сигналы;

–набор весов;

*b* – смещение или *h=-b* – порог срабатывания;

Изображение выглядит как диаграмма

Автоматически созданное описание

Что можно получить в простейшем случае одного нейрона с двумя входами?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Для операции одного нейрона недостаточно. Применим формулу:

Используем

Тогда

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

От одного нейрона мы перешли к суперпозиции нейронов: выход одних нейронов подаём на вход других.

Изображение выглядит как диаграмма

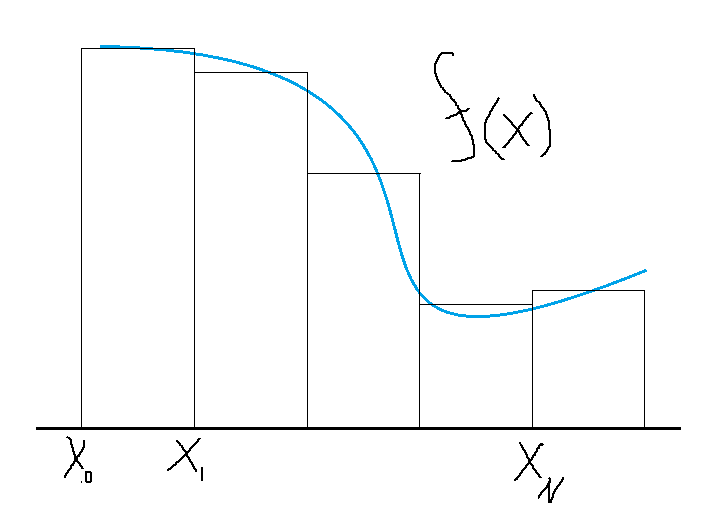
Автоматически созданное описаниеДля индикатора "столбик"

комбинация нейронов имеет вид:

Изображение выглядит как диаграмма

Автоматически созданное описание

Если взять скрытый слой с достаточно большим числом нейронов, то мы можем аппроксимировать любую гладкую функцию.



Выразим индикатор через нейроны:

Изображение выглядит как диаграмма

Автоматически созданное описание

здесь

(здесь *+f* и *-f* для двух рядом стоящих весов)

ДЗ:

***Двумерный случай:***

Создадим нейрон для выделения "столбика" единичной высоты в области .

или

Изображение выглядит как диаграмма

Автоматически созданное описание