

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича
Кафедра теории упругости

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
ИЗГИБ КРИВОГО СТЕРЖНЯ

Ростов-на-Дону 2020

Цель работы

Сравнение измеренных горизонтальных и вертикальных перемещений свободного конца кривого стержня при нагружении с результатами теоретических расчетов.

Основные теоретические положения

При рассмотрении стержней криволинейной формы различают стержни малой и большой кривизны. Если рассматривается плоский изгиб, то критерием такого различия является отношение высоты сечения h к радиусу кривизны оси стержня R_0 . Если

$$\frac{h}{R_0} \leq \frac{1}{5}, \quad (1)$$

то теория изгибы таких стержней не отличается от аналогичной теории для прямолинейных стержней, только нужно учесть первоначальную кривизну стержня, т.е.

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{M}{EJ}. \quad (2)$$

где $\frac{1}{R}$ — новая кривизна стержня, M — величина изгибающего момента, E — модуль Юнга, J — осевой момент инерции сечения.

Если для стержня справедливо неравенство $\frac{h}{R_0} > \frac{1}{5}$, то в таком случае следует учитывать растягивающие усилия. Для рассматриваемого в опыте стержня $\frac{h}{R_0} \ll \frac{1}{5}$.

Схема установки представлена на рисунке. Перед проведением опыта следует провести расчет допускаемой нагрузки.

Наибольшее напряжение стержень будет испытывать в месте заделки (поперечное сечение A). Из рисунка видно, что плоскость этого сечения A перпендикулярна ($\angle \varphi = 90^\circ$) линии действия силы $\mathbf{P}$. Очевидно, что в этом сечении также достигается максимальный изгибающий момент

$$M = M_{\max} = PR_0. \quad (3)$$

Как известно, максимальное напряжение при изгибе определяется по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W}, \quad (4)$$

где W — момент сопротивления. Поэтому значение допустимой нагрузки можно вычислить как

$$P_{\text{доп}} \leq \frac{[\sigma]W}{R_0}, \quad (5)$$

где $[\sigma]$ — допускаемое напряжение.

Для определения перемещений в определенном направлении можно обратиться к интегралу Мора

$$f = \int_s \frac{M(s)M_0(s)}{EJ} ds, \quad (6)$$

где $M(s)$ — изгибающий момент от внешней нагрузки в сечении с координатой s , $M_0(s)$ — изгибающий момент в этом же сечении, возникающий под действием единичной нагрузки, приложенной в выбранном направлении. В рассматриваемом случае

$$M = PR_0 \sin \varphi. \quad (7)$$

Для вычисления вертикального перемещение конца стержня следует в качестве единичной нагрузки рассмотреть единичную силу, которая совпадает по направлению с исходной силой $\mathbf{P}$ (т. е. направлена вниз), тогда

$$M_0 = R_0 \sin \varphi, \quad (8)$$

Тогда согласно (6)

$$f_{\text{верт}} = \frac{\pi R_0^3 P}{4EJ}. \quad (9)$$

Для вычисления горизонтального перемещения конца стержня следует в качестве единичной нагрузки рассмотреть единичную силу, которая направлена вправо, тогда

$$M_0 = R_0(1 - \cos \varphi), \quad (10)$$

Тогда аналогично

$$f_{\text{гор}} = \frac{PR_0^3}{2EJ}. \quad (11)$$

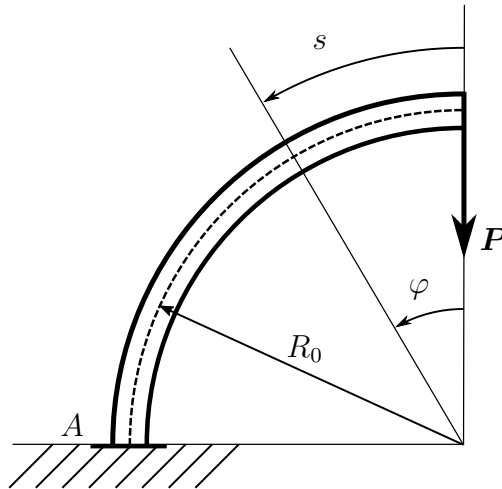


Рис. 1: Схема установки

Порядок проведения работы

Работа выполняется на установке, представляющей собой изогнутый стержень квадратного сечения (20×20 мм и радиусом 520 мм). Нижний конец стержня зажат между двумя швеллерами, являющимися основанием установки. На верхнем конце стержня шарнирно закреплена подвеска, предназначенная для навешивания грузов.

Вертикальные и горизонтальные перемещения верхнего конца стержня измеряются двумя индикаторами часового типа (типа «КИ»), которые устанавливаются при помощи специальных держателей на вертикальной штанге, закрепленной на основании.

Таблица 1: Форма записи результатов испытания.

№ опыта	Нагрузка (кГ)	Показания индикаторов (10^{-2} мм)			
		вертикальный		горизонтальный	
		отсчет	разность	отсчет	разность
1	Q				
	$\dots$				
	nQ				
$\dots$					
N					
Среднее значение			X		X

Перед началом работы на установке вычислить величину допустимой нагрузки $P_{\text{доп}}$ и расчеты показать преподавателю.

Затем установить индикаторы, обращая при этом внимание на то, чтобы оси штоков индикаторов проходили как можно точнее через шарнир подвески.

Нагружение вести последовательно, накладывая аккуратно грузы $Q, 2Q, \dots, nQ$ на подвеску, записывая показания индикаторов после каждого положенного груза.

При нагружении стержня внимательно следить за тем, чтобы нагрузка не превышала предельно допустимую, т. е. стержень должен работать только в пределах упругих деформаций.

Для получения более точных данных опыт провести не менее трех раз, результаты записать в виде таблицы 1. По окончании экспериментов находятся средние значения перемещений.

Далее следует вычислить теоретические значения вертикального и горизонтального перемещений и сравнить их со средними опытными по общей формуле

$$\delta = \frac{|f_{\text{теор}} - f_{\text{опыт}}|}{f_{\text{опыт}}} \cdot 100\%. \quad (12)$$

Отчет по проделанной работе

Отчет о проделанной работе должен содержать следующие сведения:

- цель работы;
- расчетные формулы;
- журнал измерений (основные параметры стального стержня (радиус кривизны, форма и размеры сечения), полученные экспериментальные данные о значениях смещений, занесенных в таблицу 1);
- обработка результатов (расчеты величины допустимой нагрузки $P_{\text{доп}}$, вычисленные значения смещений, значения величины расхождения δ по формуле (12));
- выводы.

Контрольные вопросы

1. Как выглядит эпюра изгибающего момента от нагрузки P ?
2. Как выглядят эпюры изгибающих моментов от рассмотренных единичных нагрузок?
3. Как определяются смещения в случае, когда $\frac{h}{R_0} > \frac{1}{5}$?

Список литературы

- 1 Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. – 2-е изд., заново перераб. – Ленинград ; Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1939. – 649 с. – Режим доступа: – <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=105442>
- 2 Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Феодосьев. — Электрон. дан. — Москва : , 2018. — 542 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/106484>