

# ЕГЭ-14 (4 минуты)<sup>a</sup>

## Содержание

14.1 Перевод из 10-ной с.с. в $p$ -ную с.с. . . . .	2
14.2 Системы счисления и Python . . . . .	2
14.3 Практикум по программированию. Часть А . . . . .	5
14.3.1 Стандартные системы счисления и стандартный вопрос . . . . .	5
Задания для самостоятельной работы . . . . .	7
Задания для дополнительной отработки . . . . .	7
14.3.2 Нестандартные системы счисления и стандартный вопрос . . . . .	8
Задания для самостоятельной работы . . . . .	10
Задания для дополнительной отработки . . . . .	10
14.3.3 Сумма цифр, подбор $x$ . Задачи типа ЕГЭ-2024 . . . . .	11
Задания для самостоятельной работы . . . . .	13
Задания для дополнительной отработки . . . . .	14
14.3.4 Системы счисления и простые числа (повышенный уровень) . . . . .	15
Задания для самостоятельной работы . . . . .	15
14.4 Перевод из $p$ -ной с.с. в 10-ную с.с. . . . .	16
14.5 Практикум по программированию. Часть В . . . . .	17
14.5.1 Задачи типа демо-ЕГЭ-2022–2023 . . . . .	17
Задания для самостоятельной работы . . . . .	18
Задания для дополнительной отработки . . . . .	19
14.5.2 Задачи типа демо-ЕГЭ-2022–2023 (разные системы счисления) . . . . .	20
Задания для самостоятельной работы . . . . .	21
Задания для дополнительной отработки . . . . .	22
<b>Ответы</b>	<b>23</b>

---

<sup>a</sup> Тестовый вариант (возможны опечатки). Нулевой курс мехмата ЮФУ.  
Проект «Отличный код», [https://t.me/project\\_OK](https://t.me/project_OK). 2024. Автор: Е. В. Ширяева, <https://t.me/EVShiryaeva>

## 14.1 Перевод из 10-ной с.с. в $p$ -ную с.с.

**Общий алгоритм:** делим десятичное число на основание новой с.с.  $p$  ( $N_{10} // p$ ) и выписываем остатки ( $N_{10} \% p$ ). Деление происходит до тех пор, пока делимое не меньше  $p$ . Последняя цифра просто переносится вправо. В ответе полученные цифры записываем в обратном порядке («снизу-вверх»).

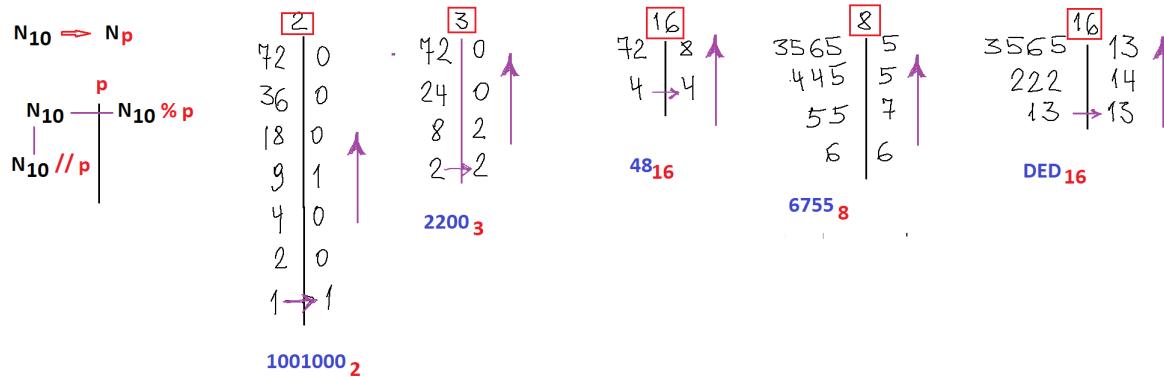


Рис. 1. Перевод  $N_{10} \rightarrow N_p, p > 1$

## 14.2 Системы счисления и Python

Python имеет **стандартные функции для перевода 10-ного числа в с.с. с основаниями 2, 8 и 16**:

Система счисления	Функция	Пример использования	Вид результата (строка)
2-ая	<code>bin(n)</code>	<code>bin(31)</code>	<code>'0b11111'</code>
8-ая	<code>oct(n)</code>	<code>oct(31)</code>	<code>'0o37'</code>
16-ая	<code>hex(n)</code>	<code>hex(31)</code>	<code>'0x1f'</code>

Аргумент любой из этих функций — целое число; результат — строка с префиксом вида «0буква».

```
>>> bin(35) # здесь 35 - аргумент функции bin()
'0b100011' # это результат выполнения bin(35)
```

Рис. 2. Аргумент и результат функции

```
>>> bin(35)[2:] # срез [2:] уберёт префикс 0b
'100011'
```

Рис. 3. Удаление префикса

Функции Python `bin()`, `oct()`, `hex()` не выдают незначащие нули.

**Значащие нули** — это нули, являющиеся значимыми для числа. Например,  $5 \neq 50 \neq 500$ , так как все нули в этих числах значение. А числа  $5 = 05 = 005$ , так как все нули в этих числах незначащие.

Использование стандартных функций Python `bin()`, `oct()`, `hex()` см. в примерах 14.1, 14.2, 14.3.

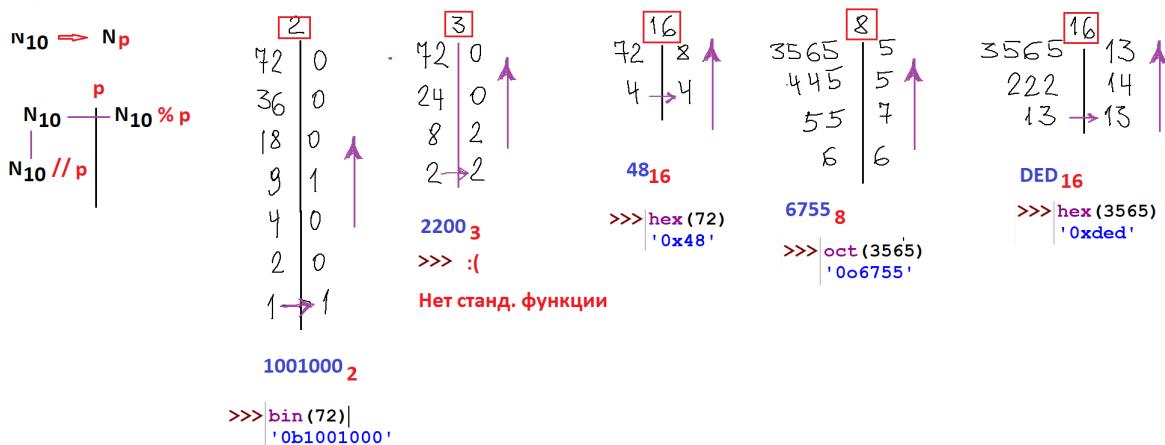


Рис. 4. Перевод  $N_{10} \rightarrow N_p$  ( $p > 1$ ) и стандартные функции Python

#### Нестандартная функция<sup>b</sup> для перевода $N_{10} \rightarrow N_p$

Нестандартная функция `n2p()` служит для перевода десятичного числа в «любую» с.с. Функция `n2p()` имеет два параметра:  $n$  — десятичное число;  $p$  — основание с.с.

Функция перевода  $N \rightarrow N_p$ ,  $1 < p \leq 36$

```

1 def n2p(n, p):
2     s = ''
3     while n > 0:
4         dig = n % p
5         sdig = sorted('0123456789qwertyuiopasdfghjklzxcvbnm')[dig]
6         s = sdig + s # порядок важен!
7         n = n // p
8     return s

```

Использование функции `n2p(n, p)` см. в примерах 14.6, 14.7, 14.8.

В заданиях ЕГЭ обычно **вопрос формулируется так, что не требуется самого вида числа в некоторой с.с.** Достаточно найти количество заданных цифр, входящих в  $p$ -ную запись числа. Если система счисления не стандартная, то проще написать и использовать функции, основанные на алгоритме перевода  $N_{10} \rightarrow N_p$  (см. рис. 1).

Шаблон кода для работы с цифрами целого числа в  $p$ -ной с.с.

```

1 #... инициализация искомой переменной
2 while n > 0:
3     dig = n % p # цифра числа в p-ной с.с.
4     #... модификация искомой переменной
5     n = n // p

```

<sup>b</sup>Нестандартная функция — функция, созданная пользователем.

## Примеры функций для работы с цифрами целого числа

I. Функция для поиска количества цифр в  $p$ -ной записи десятичного числа  $n$

```
def kdig(n, p):  
    cnt = 0 # инициализация счётчика цифр  
    while n > 0:  
        cnt = cnt + 1 # модификация счётчика  
        n = n // p  
    return cnt # результат
```

# Пример тестирования функции

```
print(kdig(9, 8)) # результат 2, так как 9 в 8-ной с.с. это 11_8
```

II. Функция для поиска количества цифр  $d$  в  $p$ -ной записи десятичного числа  $n$

```
def kdigD(n, p, d):  
    cnt = 0 # счётчик цифр d  
    while n > 0:  
        dig = n % p # цифра числа в p-ной с.с.  
        if dig == d: # если цифра равна d  
            cnt += 1 # модификация счётчика  
        n //= p  
    return cnt # результат
```

# Пример 1 тестирования функции Находим кол-во 0 в десятичном числе 10200

```
print(kdigD(10200, 10, 0)) # результат 3
```

# Пример 2 тестирования функции Находим кол-во 1 в 8-чной записи числа 520

```
print(kdigD(520, 8, 1)) # результат 2. Действительно, 520 = 1010_8
```

III. Функция для поиска суммы всех цифр в  $p$ -ной записи десятичного числа  $n$

```
def sumdig(n, p): # сумма цифр в p-ной записи числа n_10  
    sm = 0 # инициализация суммы  
    while n > 0:  
        dig = n % p  
        sm = sm + dig # модификация суммы  
        n = n // p  
    return sm # результат: сумма цифр числа
```

# Пример 1 тестирования функции. Находим сумму цифр в десятичном числе 172

```
print(sumdig(172, 10)) # результат 10 (1 + 7 + 2)
```

# Пример 2 тестирования функции. Находим сумму цифр в 8-ной записи числа 172

```
print(sumdig(172, 8)) # результат 11, так как 172 = 254_8 -> 2 + 5 + 4 = 11
```

**Примечание.** Сумма цифр при переводе любого числа в  $p$ -ную систему счисления **всегда** получается в 10-ной с.с.

## 14.3 Практикум по программированию. Часть А

### 14.3.1 Стандартные системы счисления и стандартный вопрос

**Пример 14.1.** Значение арифметического выражения  $8^{675} + 2^{2024} - 25$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?

Использование стандартной функции `bin()`. Ответ: 2023

```
n = 8**675 + 2**2024 - 25 # задаем выражение
n2 = bin(n)[2:]           # срез строки вид '0b1...' - со второго символа до конца
print(n2.count('1'))     # метод count ищет в строке n2 количество '1'.
```

**Пример 14.2.** Значение арифметического выражения  $8^{675} + 5 \cdot 2^{2024} - 21$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько семёрок содержится в этой записи?

Использование стандартной функции `oct()`. Ответ: 672

```
n = 8**675 + 5*2**2024 - 21
n8 = oct(n)[2:]
print(n8.count('7'))
```

**Пример 14.3.** Значение арифметического выражения  $8^{500} - 2^{250} + 35$  записали в системе счисления с основанием 16. Сколько цифр «f» содержится в этой записи?

Использование стандартной функции `hex()`. Ответ: 312

```
n = 8**500 - 2**250 + 35
n16 = hex(n)[2:]
print(n16.count('f'))
```

**Пример 14.4.** Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи значения арифметического выражения  $100^{25} - 10^{15} + 120$ ?

Использование стандартной функции `str()`. Ответ: 13

```
n = 100**25 - 10**15 + 120
n10 = str(n)
print(n10.count('0'))
```

**Пример 14.5.** Значение арифметического выражения  $(8^{120} - 15) \cdot (4^{120} + 20)$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько различных цифр встречается в этой записи?

**Решение. I способ.** Самый простой, но ненадежный способ — напечатать восьмеричное число и посчитать вручную количество различных цифр. Велик риск ошибки!

Способ I. Ответ: 7

```
y = (8**120 - 15) * (4**120 + 20)
y8 = oct(y)[2:]
print(y8) # Результат работы программы -- строка, длиной 201 символ
```

**Решение. II способ.** Организация цикла `for` с параметром, пробегающим все 8-ричные цифры. В теле цикла проверяем условие «некоторая цифра есть в 8-ной записи исходного выражения». Если цифра в строке находится, то увеличиваем счётчик цифр. Алгоритм со счётчиком необходимо знать обязательно.

Способ II. Ответ: 7

```
y = (8**120 - 15) * (4**120 + 20)
y8 = oct(y)[2:]

cnt = 0 # счётчик разных цифр
for x in '01234567': # x - одна из 8-ричных цифр
    if x in y8:
        cnt += 1
print(cnt)
```

**Решение. III способ.** Использование функции `set()` для преобразования строки в множество. В любом множестве каждый символ будет находиться однократно. Для получения ответа либо множество вывести на экран и вручную посчитать количество его элементов, либо сразу вывести длину множества, используя функцию `len()`.

Способ III. Ответ: 7

```
y = (8**120 - 15) * (4**120 + 20)
y8 = oct(y)[2:]

y8set = set(y8) # формируем множество, которое содержит каждый символ однократно

print(y8set) # печать множества для контроля {'1', '4', '3', '7', '2', '0', '6'}
print(len(y8set)) # количество элементов в множестве
```

### Задания для самостоятельной работы

**№ 14.1 (→).** Значение арифметического выражения  $4^{2021} + 2^{2025} - 16$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?

**№ 14.2 (→).** Значение арифметического выражения  $4^{2025} + 8^{205} - 2^{110} - 80$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?

**№ 14.3 (→).** Значение арифметического выражения  $4^{205} + 8^{100} - 2^{50} + 162$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько двоек содержится в этой записи?

**№ 14.4 (→).** Значение арифметического выражения  $(8^{2200} - 1) \cdot (4^{2200} + 2)$  записали в системе счисления с основанием 16. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?

**№ 14.5 (→).** Значение арифметического выражения  $10^{100} - 10^{20} + 10450$  записали в системе счисления с основанием 10. Сколько различных цифр встречается в этой записи?

### Задания для дополнительной отработки

**№ 14.6 (→).** Значение арифметического выражения  $4^{111} + 2^{111} - 111$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?

**№ 14.7 (→).** Значение арифметического выражения  $5 \cdot (2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^5)$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?

**№ 14.8 (→).** Значение арифметического выражения  $4^{235} + 4^{100} - 3 \cdot 2^{50} + 60$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «4» и «7» содержится в этой записи? В ответе запишите одно число — сумму количества цифр «4» и количества цифр «7».

**№ 14.9 (→).** Значение арифметического выражения  $(8^{1200} - 10) \cdot (4^{1200} + 20)$  записали в системе счисления с основанием 16. Сколько различных цифр встречается в этой записи?

---

**№ 14.10 (→).** Значение арифметического выражения  $8^{430} - 4^{160} + 2^{442} - 25$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц содержится в этой записи?

**№ 14.11 (→).** Значение арифметического выражения  $4^{1025} - 4^{1024} + 4^{2025} - 2024$  записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?

**№ 14.12 (→).** Значение арифметического выражения:  $64^{640} + 8^{800} - 1024$  записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

**№ 14.13 (→).** Значение арифметического выражения:  $9 \cdot 64^{64} + 10 \cdot 8^{100} - 23$  записали в системе счисления с основанием 16. Сколько цифр «9» в этой записи?

**№ 14.14 (→).** Значение арифметического выражения:  $64^{640} - 2^{640} + 8^{100} - 480$  записали в системе счисления с основанием 16. Сколько чётных 16-ричных цифр в этой записи?

---

### 14.3.2 Нестандартные системы счисления и стандартный вопрос

**Пример 14.6.** Значение арифметического выражения:  $343^4 - 7^{11} + 7^8 - 49$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

**Решение.** Для решения этой задачи достаточно использовать функцию для подсчёта заданных цифр в  $p$ -ной записи десятичного числа (см. вариант А). В коде В использован другой подход — перевод десятичного числа в  $p$ -ую с.с.

Вариант А. Ответ: 7

```
def kdigD(n, p, d):
    cnt = 0
    while n > 0:
        dig = n % p
        if dig == d:
            cnt += 1
        n //= p
    return cnt # результат - количество цифр d

n = 343**4 - 7**11 + 7**8 - 49
k6 = kdigD(n, 7, 6)
print(k6)
```

Вариант В. Ответ: 7

```
def n2p(n, p):
    s = ''
    while n > 0:
        dig = n % p
        sdig = str(dig)
        s = sdig + s
        n = n // p
    return s # результат - число в p-ной с.с.

n = 343**4 - 7**11 + 7**8 - 49
n7 = n2p(n, 7)      # значение выражения n в 7-ной с.с.
k6 = n7.count('6') # количество шестёрок
print(k6) # 7
print(n7) # печать числа в 7-ной с.с. для контроля: 600066666600_7
```

**Пример 14.7** (демо-2024). Значение арифметического выражения

$$3 \cdot 3125^8 + 2 \cdot 625^7 - 4 \cdot 625^6 + 3 \cdot 125^5 - 2 \cdot 25^4 - 2024$$

записали в системе счисления с основанием 25. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?

**Решение. Вариант А:** функция для подсчёта количества заданной цифры в  $p$ -ной записи десятичного числа.

Вариант А. Ответ: 9

```
def kdigD(n, p, d):  
    cnt = 0  
    while n > 0:  
        dig = n % p  
        if dig == d:  
            cnt += 1  
        n //= p  
    return cnt  
  
n = 3*3125**8 + 2*625**7 - 4*625**6 + 3*125**5 - 2*25**4 - 2024  
k0 = kdigD(n, 25, 0)  
print(k0)
```

**Вариант В:** функция для перевода  $N_{10} \rightarrow N_p$  и поиск заданной цифры в строке.

Вариант В. Ответ: 9

```
def n2p(n, p):  
    s = ''  
    while n > 0:  
        dig = n % p  
        sdig = sorted('0123456789qwertyuiopasdfghjklzxcvbnm')[dig]  
        s = sdig + s  
        n = n // p  
    return s  
  
n = 3*3125**8 + 2*625**7 - 4*625**6 + 3*125**5 - 2*25**4 - 2024  
n25 = n2p(n, 25)  
k0 = n25.count('0')  
print(k0)    # 9 ok  
print(n25)  # печать числа в 25 с.с. для контроля: 3000001010000e00molj1_25
```

### Задания для самостоятельной работы

**№ 14.15 (➡).** Значение арифметического выражения:  $81^3 + 27^4 - 9^5 + 3^6 - 19$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

**№ 14.16 (➡).** Значение арифметического выражения:  $2 \cdot 343^3 + 6 \cdot 49^5 - 2 \cdot 7^6 - 8$  записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

**№ 14.17 (➡).** Значение арифметического выражения:  $3 \cdot 32^8 - 2 \cdot 4^{10} + 3$  записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?

**№ 14.18 (➡).** Значение выражения  $9 \cdot 256^{2025} + 8 \cdot 128^{2024} - 5 \cdot 64^{2023} - 4 \cdot 8^{2022} - 3078$  записали в системе счисления с основанием 64. Определите количество значащих нулей в этой записи.

**№ 14.19 (➡).** Значение арифметического выражения  $3 \cdot 289^{10} - 3 \cdot 17^{15} + 5 \cdot 17^3 - 11 \cdot 17^5$  записали в системе счисления с основанием 17. Цифры в этой записи имеют вид: 0, 1, ..., 9, A, B, C, D, E, F, G. Сколько цифр «G» встречается в этой записи?

**Указание.** Программу написать в двух вариантах:

1) с использованием функции `kdigD()`; 2) с использованием функции `n2p()`. См. [пример 14.7](#).

### Задания для дополнительной отработки

**№ 14.20 (➡).** Значение арифметического выражения:  $81^8 + 9^5 - 6$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

**№ 14.21 (➡).** Значение выражения  $729^{515} - 8 \cdot 81^{520} + 5 \cdot 81^{510} - 3 \cdot 9^{530} - 1992$  записали в системе счисления с основанием 9. Определите количество значащих нулей в этой записи.

**№ 14.22 (➡).** Значение выражения  $7 \cdot 8^{55} - 6 \cdot 16^{25} - 5 \cdot 32^{25}$  записали в системе счисления с основанием 64. Определите количество нечётных цифр в записи этого числа.

**№ 14.23 (➡).** Значение арифметического выражения  $225^{20} - 10 \cdot 15^{25} + 15^{15}$  записали в системе счисления с основанием 15. Цифры в этой записи имеют вид: 0, 1, ..., 9, a, b, c, d, e. Сколько цифр «e» встречается в этой записи?

**Указание.** Программу написать в двух вариантах:

1) с использованием функции `kdigD()`; 2) с использованием функции `n2p()`. См. [пример 14.7](#).

### 14.3.3 Сумма цифр, подбор $x$ . Задачи типа ЕГЭ-2024

**Примечание.**

- 1) Сумма цифр числа в любой системе счисления всегда десятичное число.
- 2) Сумма цифр в двоичной записи числа равна количеству единиц.

**Пример 14.8.** Число 324 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа чётная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

**Решение. Вариант А:** функция для подсчёта суммы цифр в  $p$ -ной записи десятичного числа; накопление суммы оснований для ответа.

Вариант А. Ответ: 30

```
def sumdig(n, p): # сумма цифр в p-ной записи числа n_10
    sm = 0
    while n > 0:
        dig = n % p
        sm = sm + dig
        n = n // p
    return sm

sm = 0 # инициализация суммы оснований
for p in range(2, 11):
    smd = sumdig(324, p) # находим сумму цифр в p-ной записи числа 324
    if smd % 2 == 0: # если сумма цифр чётная
        sm += p # добавляем основание с.с. в сумму
print(sm)
```

**Вариант В:** функция для подсчёта суммы цифр в  $p$ -ной записи десятичного числа; накопление оснований в отдельном списке.

Вариант В. Ответ: 30

```
def sumdig(n, p): # сумма цифр в p-ной записи числа n_10
    sm = 0
    while n > 0:
        dig = n % p
        sm = sm + dig
        n = n // p
    return sm

t = [] # инициализация списка оснований
for p in range(2, 11):
    smd = sumdig(324, p) # находим сумму цифр в p-ной записи числа 324
    if smd % 2 == 0: # если сумма цифр чётная
        t += [p] # добавляем основание с.с. в список
print(sum(t)) # 30 - ответ
print(t) # [3, 5, 6, 7, 9] - печать списка для самопроверки
```

**Вариант С:** перевод десятичного числа в  $p$ -ую с.с.; поиск суммы цифр в строке; накопление оснований в отдельном списке.

Вариант С. Ответ: 30

```
def n2p(n, p):  # упрощенный
    s = ''
    while n > 0:
        dig = n % p
        sdig = str(dig)
        s = sdig + s
        n = n // p
    return s  # результат: строковое представление числа n_p

t = []  # инициализация списка оснований
for p in range(2, 11):
    np = n2p(324, p)  # перевод 10-го числа 324 в p-ую с.с.
    smd = sum(int(d) for d in np)  # сумма цифр в строке
    if smd % 2 == 0:  # если сумма цифр чётная
        t += [p]  # добавляем основание с.с. в список

print(sum(t))  # 30
print(t)  # [3, 5, 6, 7, 9] - печать списка для самопроверки
```

**Пример 14.9.** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x$  в выражении

$$49^{13} - 7^x + 104$$

сумма цифр в семеричной записи числа равна 68?

Ответ: 16

```
def sumdig(n, p):  # сумма цифр в p-ной записи числа n_10
    sm = 0
    while n > 0:
        dig = n % p
        sm = sm + dig
        n = n // p
    return sm

for x in range(2, 100):
    n = 49**13 - 7**x + 104
    smd = sumdig(n, 7)  # находим сумму цифр в числе n_7
    if smd == 68:
        print(x)
        break
```

**Пример 14.10** (типа ЕГЭ-2024). Значение арифметического выражения  $6^{100} - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 2025, записали в шестеричной системе счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором в шестеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно три значащих нуля. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

Ответ: 1944

```
def kdigD(n, p, d):
    cnt = 0
    while n > 0:
        dig = n % p
        if dig == d:
            cnt += 1
        n //= p
    return cnt

t = []
for x in range(1, 2025+1):
    y = 6**100 - x
    k0 = kdigD(y, 6, 0)
    if k0 == 3:
        t += [x]
print(max(t))
```

### Задания для самостоятельной работы

**№ 14.24** (➡). Значение арифметического выражения  $5^{100} - 2x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 10050, записали в системе счисления с основанием 5. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором в пятеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно пять значащих нулей. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

**№ 14.25** (➡). Значение арифметического выражения  $4^{2024} + 4^{100} - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 2024, записали в четверичной системе счисления.

Определите наибольшее количество нулей, которое может содержать число, являющееся четверичной записью значения данного арифметического выражения.

**№ 14.26** (➡). Значение арифметического выражения

$$5 \cdot 324^{1024} + 125 \cdot 64^{124} - 25 \cdot 49^{24} - 2025$$

записали в системе счисления с основанием 29. Определите сумму цифр с числовым значением, не превышающим 15, в записи этого числа.

**№ 14.27** (➡). Число 735 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 64 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа оканчивается двойкой? В ответе укажите количество всех подходящих оснований.

## Задания для дополнительной отработки

**№ 14.28 (➡).** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x$  двоичная запись выражения  $4^{2024} + 2^x - 2^{2024} + 24$  содержит ровно 300 единиц?

**№ 14.29 (➡).** Значение арифметического выражения  $5^{100} - 2x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 10050, записали в системе счисления с основанием 5. Определите количество различных значений  $x$ , при которых в пятеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно пять значащих нулей. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

**№ 14.30 (➡).** Значение арифметического выражения  $3^{200} - x + 7$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 17250, записали в системе счисления с основанием 7. Определите количество различных значений  $x$ , при которых сумма цифр семеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, кратна 13. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

**№ 14.31 (➡).** Значение арифметического выражения  $24^{50} - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 2025, записали в четверичной системе счисления.

Определите наибольшее значение  $x$ , при котором в четверичной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно семь двоек. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

**№ 14.32 (➡).** Число 735 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 64 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа оканчивается двойкой? В ответе укажите количество всех подходящих оснований.

**№ 14.33 (➡).** Число 1324 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа кратна трём? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

**№ 14.34 (➡).** Значение арифметического выражения  $5 \cdot 6^{2025} + 36^{50} - x$ , где  $x$  — целое двузначное положительное число, записали в шестеричной системе счисления. Определите наибольшее количество нулей, которое может содержать число, являющееся шестеричной записью значения данного арифметического выражения.

#### 14.3.4 Системы счисления и простые числа (повышенный уровень)

Примечание. В заданиях ЕГЭ-14 пока не было задач, в которых проверяется простота числа.

**Пример 14.11.** Здесь описана популярная в ЕГЭ функция для проверки простоты натурального числа.

```
Функция для проверки простоты натур. числа
def prime(n):
    if n == 1:
        return False
    for d in range(2, int(n**0.5)+1):
        if n % d == 0:
            return False
    return True

# тестирование функции
for n in range(1, 15):
    if prime(n):
        print(n)
```

Результат работы программы

```
2
3
5
7
11
13
```

#### Задания для самостоятельной работы

**№ 14.35 (➡).** Число 777 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа является простым числом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

**№ 14.36 (➡).** При каком наименьшем натуральном значении переменной  $x > 4$  в выражении

$$49^{13} - 3 \cdot 7^x + 7$$

сумма цифр в семеричной записи числа является простым числом?

**№ 14.37 (➡).** Значение арифметического выражения  $7^{200} - x + 7$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 7250, записали в системе счисления с основанием 7. Определите количество различных значений  $x$ , при которых сумма цифр семеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, является простым числом.

#### 14.4 Перевод из $p$ -ной С.С. в 10-ную С.С.

**Общий алгоритм:** число, представленное в любой системе счисления, необходимо записать в развернутой форме и вычислить его значение.

**Развернутая форма записи:** любое целое положительное число в позиционной системе счисления с основанием  $p$  представляется в виде суммы

$$N_p = n_{i-1}p^{i-1} + \dots + n_1p^1 + n_0p^0.$$

Отдельные слагаемые в этой сумме называются **разрядами** числа, они определяют позицию любой цифры в числе. Старшинство разрядов определяется множителем  $p^k$ ,  $k = 0, \dots, i-1$ , а коэффициенты  $n_k$  — цифры  $p$ -ной С.С.

**Примечание к рисунку:** переводится число  $1023_8$  из 8-ной С.С. в 10-ную. Над числом записаны номера разрядов (нумерация происходит справа налево, начиная с 0).

$$\begin{aligned}
 & N_p \rightarrow N_{10} \quad \text{развернутая форма записи} \\
 & \boxed{3} \ 2 \ 1 \ 0 \quad \boxed{3} \quad \boxed{0} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} = \boxed{1} \cdot \boxed{3} + \boxed{0} \cdot \underline{8^2} + \underline{\boxed{2} \cdot 8^1} + \boxed{3} \cdot \underline{8^0} = \boxed{16} \cdot \underline{0..9A.F} \\
 & \text{свернутая} \quad = \underline{8^3 + 2 \cdot 8 + 3} = \underline{512 + 16 + 3} = \underline{531} \\
 & \text{форма} \quad \boxed{4} \ 2 = \underline{2^6 + 2^3} = \underline{1001000_2} \quad \text{N}_{10} \\
 & \text{запись} \quad \underline{6} \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \quad \underline{12} = \underline{2^3 + 2^2} = \\
 & \quad \underline{1001000_2} = \underline{2^6 + 2^3} = \underline{42} \quad \underline{1100_2}
 \end{aligned}$$

Рис. 5. Перевод  $N_p \rightarrow N_{10}$ ,  $p > 1$

## 14.5 Практикум по программированию. Часть В

### 14.5.1 Задачи типа демо-ЕГЭ-2022-2023

**Пример 14.12.** Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 13:  $12x57_{13} + 2x465_{13}$ . В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 13-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 12. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 12 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**Решение (способ А).** Каждое число в выражении запишем в развернутой форме:

Число	Математическая запись	Python
$43210$ $12x57_{13}$	$= 1 \cdot 13^4 + 2 \cdot 13^3 + x \cdot 13^2 + 5 \cdot 13 + 7$	$= 1*13**4 + 2*13**3 + x*13**2 + 5*13 + 7$
$43210$ $2x468_{13}$	$= 2 \cdot 13^4 + x \cdot 13^3 + 4 \cdot 13^2 + 6 \cdot 13 + 5$	$= 2*13**4 + x*13**3 + 4*13**2 + 6*13 + 5$

Алгоритм: перебираем в цикле возможные значения  $x$  в 13-ной с.с., вычисляем заданное выражение при некотором  $x$ , в случае выполнение условия «значение данного выражения кратно 12», печатаем «частное от деления значения арифметического выражения на 12».

Способ А. Ответ: 7970

```
for x in range(13): # x принимает 13 значений: 0, 1, 2, ..., 12
    v1 = 1*13**4 + 2*13**3 + x*13**2 + 5*13 + 7
    v2 = 2*13**4 + x*13**3 + 4*13**2 + 6*13 + 5
    v = v1 + v2
    if v % 12 == 0:
        print(x, v // 12)
```

#### Результат работы программы

2 7970  
8 9153

В условии задачи сказано «*Определите наименьшее значение  $x$ ... Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 12 и укажите его в ответе...*». Первое число в ответе печатаем для интереса (полезно посмотреть, при каком  $x$  нашлись подходящие числа), второе число в строке — ответ. В нашей задаче ответ 7970.

Недостаток приведённого способа решения: легко сделать ошибку при использовании громоздкой развернутой формы записи числа.

Достоинства данного способа решения: позволяет усвоить алгоритм перевода  $N_p \rightarrow N_{10}$ ; решает все задачи такого типа.

**Решение (способ В).** Используем приём: запишем искомое выражение в виде строки, затем используя стандартную функцию `int(выражение, основание с.с.)`, переводим строку в десятичную систему счисления ( $2 \leq \text{основание с.с.} \leq 36$ ).

Способ В. Ответ: 7970

```
#Задание алфавита для с.с.
#abc = sorted('0123456789qwertyuiopasdfghjklzxcvbnm')[13]

abc = '0123456789abc' # если уверены, что помните алфавит ;)

for x in abc: # x принимает 13 значений: 0, 1, 2, ..., 9, a, b, c
    s1 = f'12{x}57'
    s2 = f'2{x}465'
    v = int(s1, 13) + int(s2, 13)
    if v % 12 == 0:
        print(x, v // 12)
```

Недостаток данного способа решения: не проверяет знания алгоритма перевода  $N_p \rightarrow N_{10}$ ; решает не все задачи из-за ограничений функции `int()`, так выражение  $123x_{50}$  с помощью этой функции перевести в десятичную с.с. невозможно (основание с.с.  $50 \notin [2; 36]$ ).

Достоинство данного способа решения: не надо использовать громоздкую развернутую форму записи.

### Задания для самостоятельной работы

**№ 14.38** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 17:

$$673x9_{17} + 5x116_{17}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 17-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.39** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 23:

$$6x35892_{23} + 23x46_{23} + 1x37_{23}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 23-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 22. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 22 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

**№ 14.40** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15:

$$27xa3_{15} + x171_{15}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения

жения кратно 11. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 11 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

### Задания для дополнительной отработки

**№ 14.41** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 25:

$$8x74x4_{25} + 67x6x_{25}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 25-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 22. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 22 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.42** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 15:

$$321x5_{15} + 3x211_{15}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 15-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 14. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 14 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.43** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 13

$$9x323_{13} - 5x75_{13}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 13-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 18. В ответе в десятичной системе счисления запишите значение произведения найденного частного на  $x$ . Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.44** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 13:

$$25x47x3_{13} + 7986x2_{13} + 42x432x_{13}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 13-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 12. Для найденного  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 12 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления.

#### 14.5.2 Задачи типа демо-ЕГЭ-2022-2023 (разные системы счисления)

**Пример 14.13.** Операнды арифметического уравнения записаны в разных системах счисления:

$$12xA_{11} = 8x0_{14}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором данное уравнение обращается в тождество. В ответе укажите значение правой части уравнения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**Решение.** Для наглядности запишем цифры заданных систем счисления

11-ая с.с.: 0123456789a

14-ая с.с.: 0123456789abcd

Переменная  $x$  — цифра, которая присутствует и в 11-ной с.с., и в 13-ной с.с. Цикл для  $x$  должен быть по наименьшей с.с.

Ответ: 1638

```
abc = sorted('0123456789qwertyuiopasdfghjklzxcvbnm')
abc11 = abc[:11]
abc14 = abc[:14]

for x in abc11:  # цикл по с.с. с наименьшим основанием
    sL = f'12{x}a'
    sR = f'8{x}0'
    vL = int(sL, 11)
    vR = int(sR, 14)
    if vL == vR:
        print(x, vR)  # 5 1638
```

**Пример 14.14.** Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 15 и 17:

$$34E0x_{15} + FyE8_{17}$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены неизвестные цифры из алфавитов 15-ричной и 17-ричной систем счисления соответственно. Определите значения  $x, y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 109. Для найденных значений  $x, y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 109 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x, y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $y$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**Решение.** Для наглядности запишем цифры заданных систем счисления

15-ая с.с.: 0123456789abcde

17-ая с.с.: 0123456789abcdefg

Переменная  $x$  — цифра, которая присутствует только в 15-ной с.с., а  $y$  — только в 17-ной с.с. В программе используются два цикла — каждая переменная изменяется в пределах своей с.с.

Ответ: 2251

```
abc = sorted('0123456789qwertyuiopasdfghjklzxcvbnm')
abc15 = abc[:15]
abc17 = abc[:17]

for x in abc15:
    s15 = f'34e0{x}'
    for y in abc17:
        s17 = f'f{y}e8'
        v = int(s15, 15) + int(s17, 17)
        if v % 109 == 0:
            print(x, y, v // 109) # 3 a 2251
```

Программа выведет три строки

```
3 a 2251
8 d 2259
d g 2267
```

Для контроля печатаем значения  $x$  и  $y$ . Из представленных чисел нужно выбрать то, для которого  $y$  наименьшее. Это значение при  $y = a$ . Ответ: 2251.

### Задания для самостоятельной работы

**№ 14.45** (➡). Операнды арифметического уравнения записаны в разных системах счисления

$$14x2_{13} = 85x_{19}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите значение  $x$ , при котором данное уравнение обращается в тождество. В ответе укажите значение правой части уравнения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.46** (➡). Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 11 и 15:

$$73x1_{11} + 2y13_{15}.$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены неизвестные цифры из алфавитов 11-ричной и 15-ричной систем счисления соответственно. Определите значения  $x, y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 79. Для найденных значений  $x, y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 79 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x, y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $x \cdot y$  больше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.47 (➡).** Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 15 и 17:

$$3y10x_{15} + 7x2y_{17}.$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 69. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 69 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x$ ,  $y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $y$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

### Задания для дополнительной отработки

**№ 14.48 (➡).** Операнды арифметического уравнения записаны в разных системах счисления:

$$3x9x_{12} = 118x_{18}.$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра. Определите значение  $x$ , при котором данное уравнение обращается в тождество. В ответе укажите значение правой части уравнения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.49 (➡).** Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 13 и 17:

$$37x9_{13} + 9y31_{17}.$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены неизвестные цифры из алфавитов 13-ричной и 17-ричной систем счисления соответственно. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 37. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 37 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x$ ,  $y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $x \cdot y$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

**№ 14.50 (➡).** Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 13 и 17:

$$3x9y_{13} + 5x2y_{17}.$$

В записи чисел переменными  $x$  и  $y$  обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите значения  $x$ ,  $y$ , при которых значение данного арифметического выражения кратно 74. Для найденных значений  $x$ ,  $y$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 74 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Если можно выбрать  $x$ ,  $y$  не единственным образом, возьмите ту пару, в которой значение  $y$  меньше. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

## Ответы

### Раздел 14.3: «Практикум по программированию. Часть А»

---

№ 14.1: 2022

---

№ 14.2: 3441

---

№ 14.3: 2

---

№ 14.4: 1099

---

№ 14.5: 5

---

№ 14.6: 701

---

№ 14.7: 0

---

№ 14.8: 52

---

№ 14.9: 0

---

№ 14.10: 044

---

№ 14.11: 0102

---

№ 14.12: 007

---

№ 14.13: 8

---

№ 14.14: 88

---

№ 14.15: 7

---

№ 14.16: 8

---

№ 14.17: 10

---

№ 14.18: 338

---

№ 14.19: 13

---

№ 14.20: 8

---

№ 14.21: 01

---

№ 14.22: 01

---

№ 14.23: 41

---

№ 14.24: 9375

---

№ 14.25: 1929

---

№ 14.26: 7425

---

№ 14.27: 6

---

№ 14.28: 1ΣΣΣ

---

№ 14.29: 81

---

№ 14.30: 0141

---

№ 14.31:  $\Delta S \Omega$

---

№ 14.32:  $\partial$

---

№ 14.33:  $\Gamma \Sigma$

---

№ 14.34:  $\nabla \Sigma \Omega$

---

№ 14.35: 16

---

№ 14.36: 7

---

№ 14.37: 1201

Раздел 14.5: «Практикум по программированию. Часть В»

---

№ 14.38: 73095

---

№ 14.39: 45416567

---

№ 14.40: 14669

---

№ 14.41: 7822483

---

№ 14.42: 0E4E5

---

№ 14.43: 0A872

---

№ 14.44: 752002

---

№ 14.45: 2992

---

№ 14.46: 221

---

№ 14.47: 2769

---

№ 14.48: 70E0

---

№ 14.49: 5E41

---

№ 14.50: E550