

**Часть I. Задачи типа демо-2023, егэ-2023, егэ-2024 (задачи из сборника К. Полякова)**

**P-02 (демо-2023).** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 129. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 129 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 128$ .

**Задание 19.** Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Задание 20.** Найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-39) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 24$ .

**Задание 19.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Сколько существует значений  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21.** Найдите два наибольших значения  $S$ , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**КР-40) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 32$ .

**Задание 19.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Сколько существует значений  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21.** Найдите два наибольших значения  $S$ , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**КР-41) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

**Задание 19.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Сколько существует значений  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21.** Найдите два наибольших значения  $S$ , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**КР-42) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня, добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 30 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 29$ .

**Задание 19.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Сколько существует значений  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21.** Найдите два наибольших значения  $S$ , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**КР-125) (ЕГЭ-2023)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 88. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 88 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 87$ .

**Задание 19.** Найдите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но Ваня выигрывает своим первым ходом после любого хода Пети.

**Задание 20.** Найдите два наименьших значения  $S$ , когда Петя имеет выигрышную стратегию, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-126) (ЕГЭ-2023)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 59. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 59 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 58$ .

**Задание 19.** Найдите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но Ваня выигрывает своим первым ходом после любого хода Пети.

**Задание 20.** Найдите два наименьших значения  $S$ , когда Петя имеет выигрышную стратегию, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-127) (ЕГЭ-2023)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 111. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 111 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 110$ .

**Задание 19.** Найдите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но Ваня выигрывает своим первым ходом после любого хода Пети.

**Задание 20.** Найдите два наименьших значения  $S$ , когда Петя имеет выигрышную стратегию, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
  - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-137) (ЕГЭ-2024)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 58. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 58 камней или больше. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 57$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

**Задание 19.** Укажите минимальное значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Задание 20.** Найдите два наименьших значения  $S$ , когда Петя имеет выигрышную стратегию, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-138) (ЕГЭ-2024)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня либо увеличить количество камней в куче в два раза. У каждого игрока есть неограниченное количество камней, чтобы делать ходы. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 39. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 39 камней или больше. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 38$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

**Задание 19.** Укажите минимальное значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Задание 20.** Найдите два таких значения  $S$ , когда Петя имеет выигрышную стратегию, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
  - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-145) (ЕГКР-2024)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- добавить в кучу 3 камня;
- добавить в кучу 6 камней;
- увеличить количество камней в куче в 3 раза. Например, из кучи в 20 камней за один ход можно получить кучу из 23, 26 или 60 камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 132. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 132 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 131$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

**Задание 19.** Укажите минимальное значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Задание 20.** Найдите два наименьших значения  $S$ , когда Петя имеет выигрышную стратегию, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
  - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-43) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- в) **добавить в кучу три камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 33$ .

**Задание 19.** Найдите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Найдите минимальное и максимальное значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-44) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- в) **добавить в кучу три камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 37$ .

**Задание 19.** Найдите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Найдите минимальное и максимальное значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**КР-45) (А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 64. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

**Задание 19.** Найдите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.** Найдите минимальное и максимальное значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.