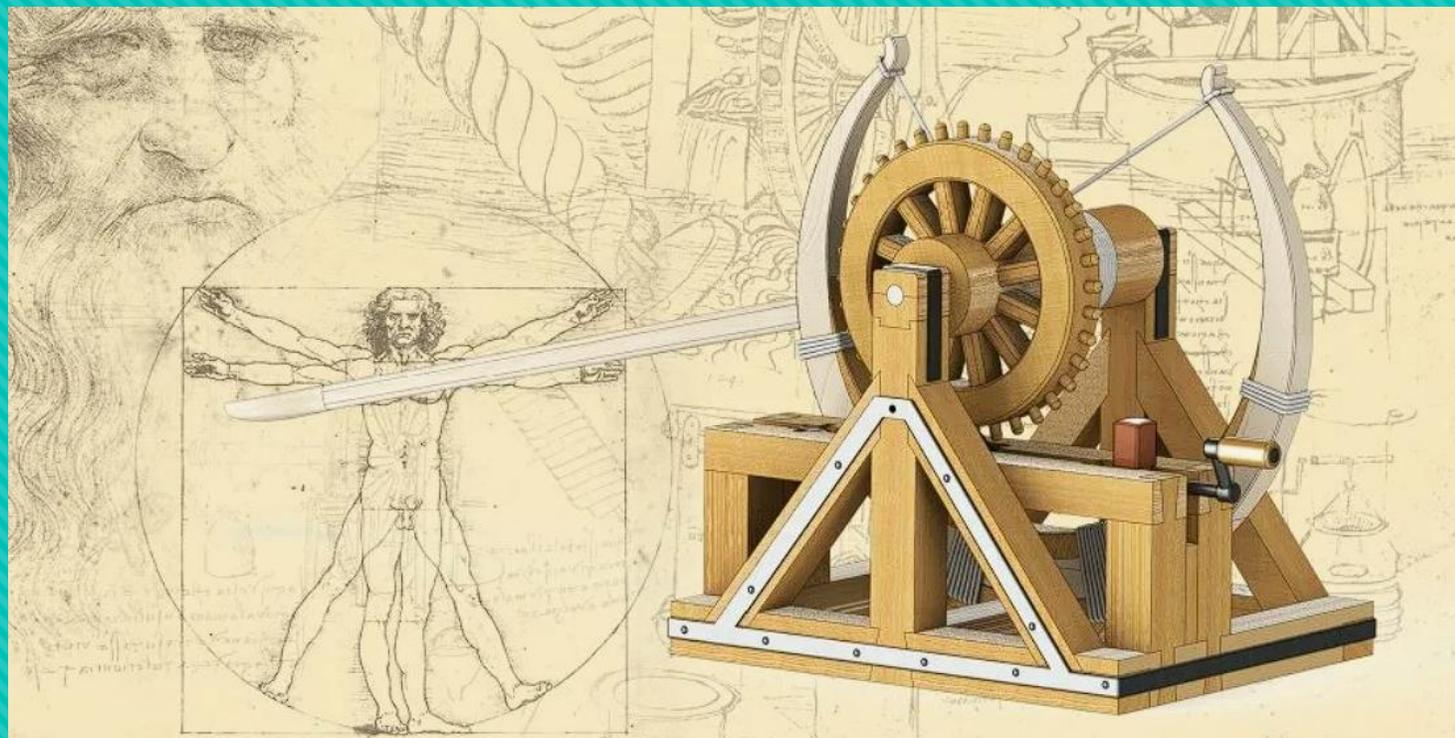


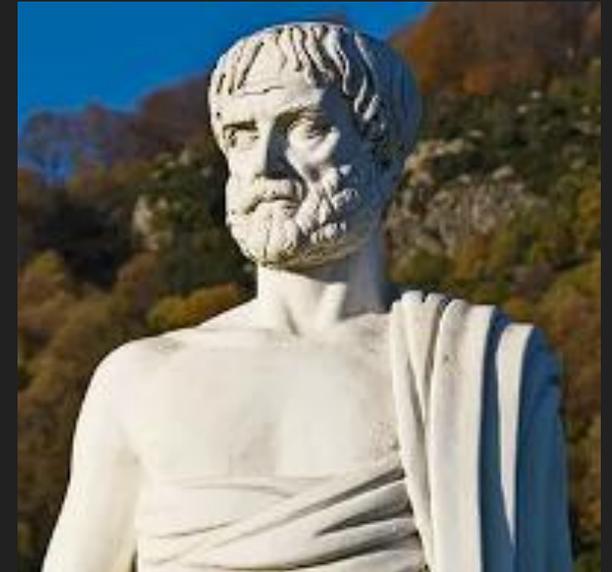
# Немного о механике



Доц. Недин Ростислав Дмитриевич

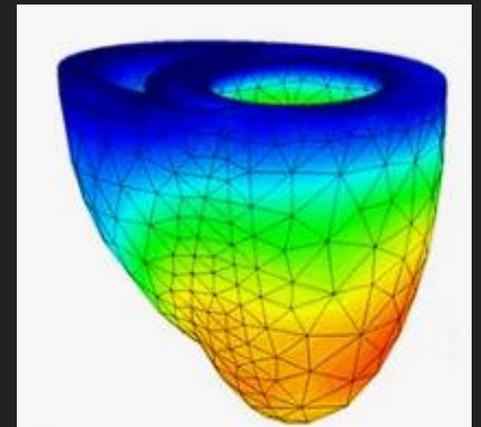
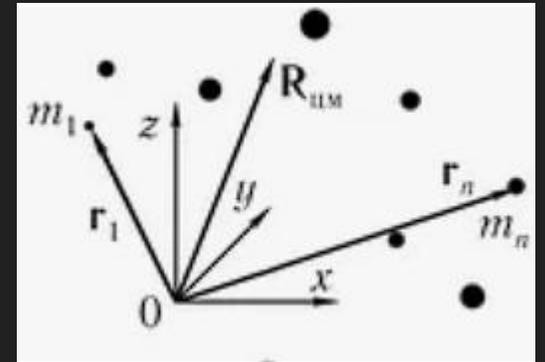
# О механике...

- Понятие: Аристотель, 384 - 322 гг. до н.э.
- Одно из определений:
  - Механика – это наука о простейшей форме движения материи – механическом движении, которое представляет собой изменение с течением времени пространственного расположения тел, и о связанных с движением тел взаимодействиях между ними.
- Как исследуют явления и закономерности?
  - ...опытным путем и обосновывают физикой и математикой



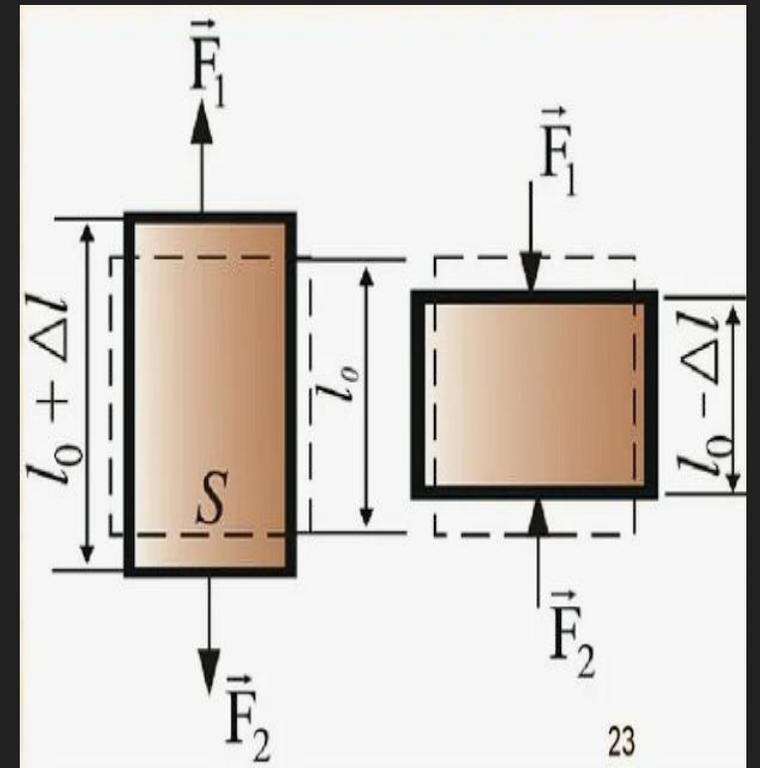
# Абстракции

- Теоретическая механика:
  - Материальная точка рассматривается как тело бесконечно малых размеров, но имеющее конечную массу
  - Абсолютно твердое тело представляется как совокупность материальных точек, находящихся на неизменных расстояниях друг от друга (никакой деформации!)
- Механика сплошных сред, теория упругости, гидромеханика, ...:
  - Сплошность среды
  - Твердые, жидкие и газообразные тела (идеально упругое тело, пластичное тело, идеальная жидкость, вязкая жидкость, идеальный газ и др.)



# Теория упругости

- Упругое состояние твердого тела характеризуется тем, что существует взаимно однозначная зависимость между **напряжениями** (внутренними усилиями) и **деформациями** (изменениями формы тела).
- Эта зависимость обычно является линейной (линейная теория упругости) и носит название закона Гука
- В классической теории упругости не учитывается дискретная структура вещества и движение отдельных молекул, составляющих тело.



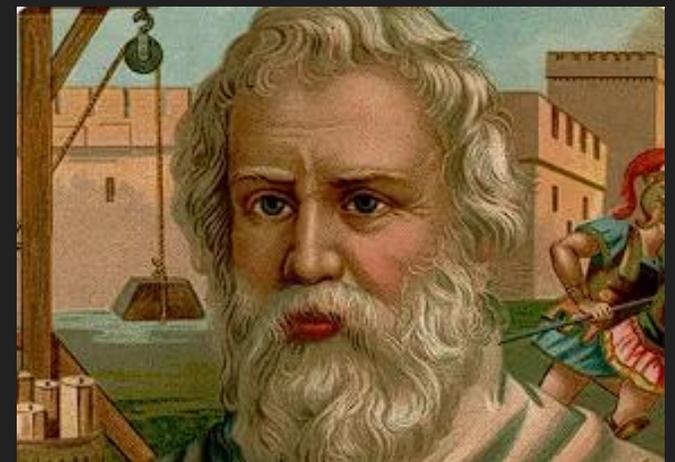
# Основные периоды истории механики

- Начальный (до XVII в.)
  - Античная механика, средневековая механика стран Востока, механика средневековой Европы, механика эпохи Возрождения.
  - Под механикой понимали не науку, а в основном технологии изготовления орудий труда...
  - **Остатки древнейших зданий** и сооружений свидетельствуют о том, что при их постройке применялись многие механические приспособления: **рычаги, катки, блоки** и другие средства (например, **сооружения Египта в XV в. до н.э.**)
- Переходный (XVII-середина XVIII в.)
- Аналитический (с середины XVIII в.)



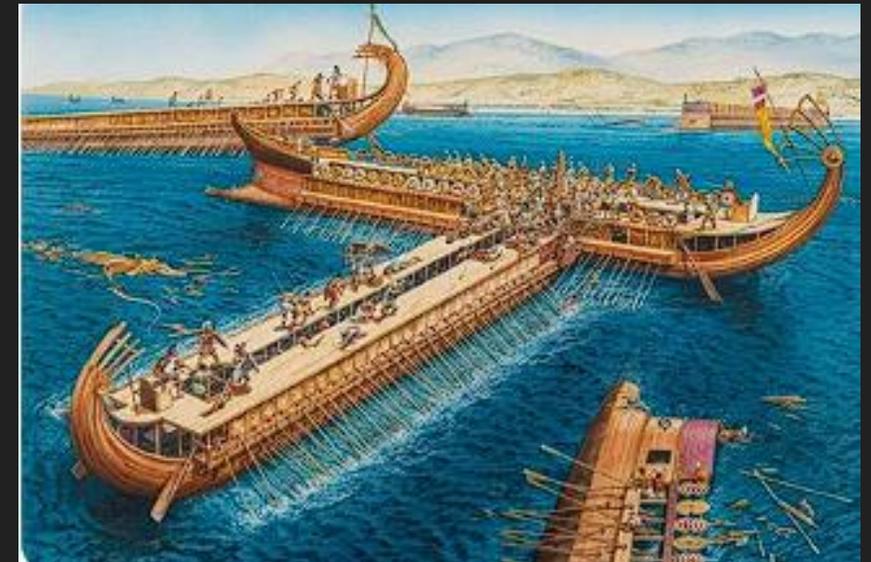
# Основные периоды истории механики

- В работах ученых школы **Аристотеля** (384 - 322 гг. до н.э.) содержится **немало ценного** для механики, но в тоже время и **много ошибочного**.
- Однако даже через **полторы тысячи лет** 1521 после Аристотеля его учение считалось непогрешимым (любое выступление, **противоречащее** этому учению, считалось **ересью**).
- В древности можно отметить лишь один большой **скачок** в её развитии, который связан с именем **Архимеда** (287- 212 до н.э.) Этот великий ученый эпохи эллинизма заложил основы статики, сделал важнейшие открытия в гидростатике, обосновал математически многие результаты физических экспериментов.
- Рычаг был известен и ранее, но лишь Архимед изложил полную теорию рычага и успешно применил её на практике.



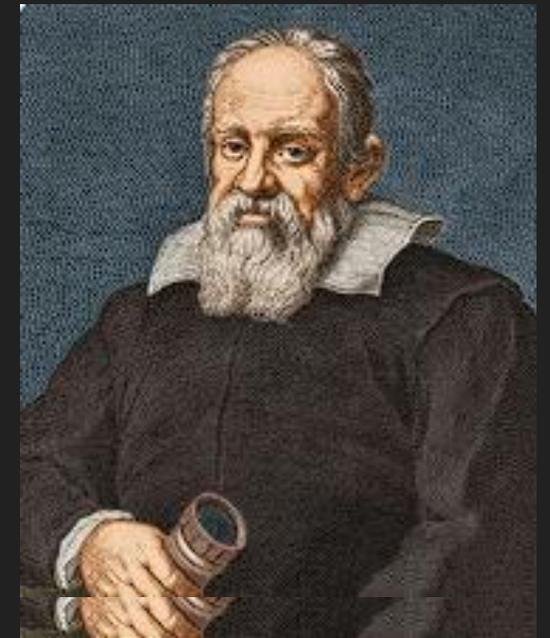
# Основные периоды истории механики

- На протяжении почти двух тысяч лет после Архимеда в развитии механики не произошло ничего существенного. Несовершенными были сухопутные дороги и морской транспорт, суда имели плохую устойчивость и небольшую грузоподъемность.
- Начиная с XVI века, после **средневекового застоя в развитии естествознания**, наступает эпоха грандиозных открытий в теоретической механике и смежных с ней областях: **машиноведении, гидравлике, астрономии, математике**. Именно в это время ставятся и начинают решаться важнейшие задачи теории упругости.



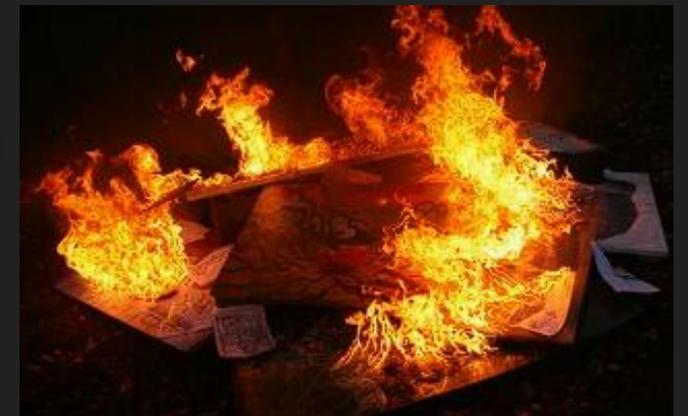
# Основные периоды истории механики

- Первым серьезным научным трудом в этой области считается трактат **Галилео Галилея (1564-1642)** «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению».
- В результате многократно поставленных экспериментов на **растяжение и изгиб бруса** ученый получил некоторые количественные зависимости сопротивления растяжению и изгибу от ширины и толщины бруса.
- Но Галилей **не мог дать правильного решения задачи изгиба стержня**, так как ему был неизвестен закон, связывающий напряжения и деформации - закон Гука. Галилей умер, когда Роберту Гуку было только семь лет. Да и понятия напряжений и деформаций в то время еще не были определены. Поэтому анализ решения Галилея является условным.



# Основные периоды истории механики

- **Р. Гук (1635 – 1703) провёл множество опытов с пружинами и изгибающимися консолями.** Основываясь на них, он 1678 году в работе «О восстановительной способности, или об упругости, объясняющей силу упругих тел» сформулировал важный количественный закон:
- «Сила и способность всякого упругого тела восстанавливать свое естественное состояние пропорциональны той мере, на которую оно выведено из этого естественного состояния, совершено ли это путем разряжения, отделения его частей одна от другой или же путем сгущения (уплотнения) этих частей».
- Это свойство Гук **приписывает всем материалам, перечисляя металлы, дерево, камни, волос, рог, мышцы, стекло и пр.** В этой работе он описал установленный им закон пропорциональности между нагрузкой и деформацией при растяжении, тем самым положив начало механике упругих тел.



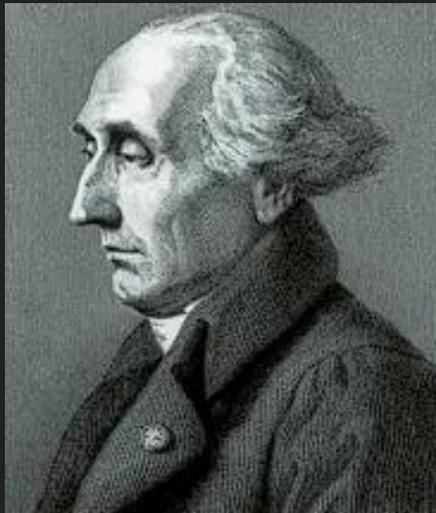
# Основные периоды истории механики

- Эту закономерность **подтвердил Эдме Мариотт** (1620 – 1684)
- Проектируя водопровод для Версальского дворца в конце XVII века, Мариотт заинтересовался прочностью материалов. В результате испытания деревянных и стеклянных стержней на растяжение и изгиб он установил закон прямой пропорциональности между перемещениями и приложенными силами.
- Мариотт, также как и Гук, считал, что **закон пропорциональности** между деформацией и нагрузкой **справедлив до момента разрушения материала**. Эти исследования Мариотта изложены в его труде, посвященном движению жидкостей. Он также обобщил результаты исследований соударения упругих тел и колебаний маятника и изобрел баллистический маятник.



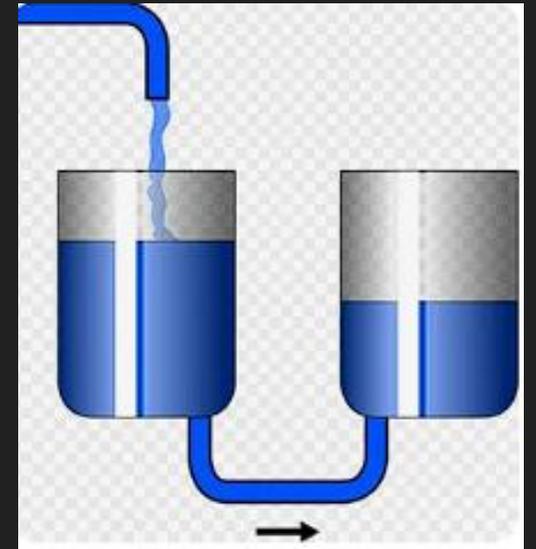
# Основные периоды истории механики

- Таким образом, первый этап становления теории упругости можно связать с работами Г.Галилея, Р. Гука, Э.Мариотта.
- В дальнейшем её развитие неоценимый вклад внесли **Жозеф Луи Лагранж** (1736-1813), **Томас Юнг** (1773-1829), **Софи Жермен** (1776-1831) и др. Только к концу XVIII в. эта часть механики сплошной среды становится разделом аналитической механики.



# Развитие теории напряжений

- Архимед (287 до н. э. – 212 до н. э.) , «π'ρι' τ!ν ~ οχουμν!ν» («О плавающих телах», 250 г. до н. э.) – **первое упоминание о понятии «сила»** при формулировке аксиомы о взаимодействии двух жидкостей
- Симон Стевин (1548–1620 гг.) в работе «De Beghinselen des Waterwichts» («Гидростатика», 1586 г.) выдвинул принцип затвердевания жидкости, на основе которого обосновал **закон сообщающихся сосудов** и получил правильную **формулу для расчета давления на боковые стенки и дно сосуда** произвольной формы



# Развитие теории напряжений

- **Блез Паскаль** (1623-1662 г.) в сочинении «Traitées de l'equilibre des liqueurs» («Трактат о равновесии жидкостей», 1663 г.), исходя из принципа Стевина, **сформулировал более общий закон гидростатики** о независимости давления жидкости на некоторую площадку от ее ориентации в данной точке
- Галилео Галилей (1564–1642 г.) полагал, что разрыв при растяжении происходит в том случае, когда достигается определенная величина усилия, приходящегося на единицу площади [5] («Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze» («Беседы и математические доказательства двух новых наук», 1638 г.)



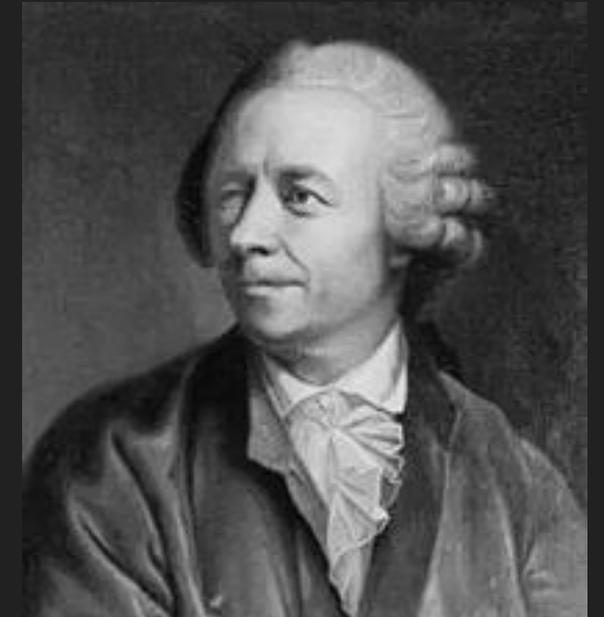
# Развитие теории напряжений

- **Пардис** Игнатий Гастон (1636–1673 гг.) в сочинении «Description et explication de deux machines propres à faire des cadrans avec une grande facilité» (1673 г.) в отличие от Стевина сформулировал **принцип затвердевания** для теории **твердых** деформируемых тел, относящийся уже к гибким нитям (подвесными мостам, цепным линиям и т.д.)
- **Якоб Бернулли** (1654–1705 гг.) при исследовании **поведения гибких нитей произвольной толщины и балок под действием произвольно распределенной нагрузки** (1691-1704) применял принцип затвердевания Пардиса. Он в явной форме ввел напряжение (*firmitas*) и в 1691 г. вывел общие уравнения равновесия плоской гибкой нити при действии произвольной распределенной нагрузки



# Развитие теории напряжений

- Антуан Паран (1666–1716 гг.) продолжил работу Якоба Бернулли в «Recherches de mathématique et de physique» («Исследования по математике и физике», 1713 г.), при изучении нагруженной балки он заметил, что для выполнения введенных им условий равновесия также необходимы силы, касательные к поперечному сечению
- **Леонард Эйлер** (1707–1783 гг.) в статьях по гидродинамике (1750–1766 гг.) и мемуарах «Principes généraux du mouvement des fluides» («Общие принципы движения жидкостей», 1755 г.) ввел понятие внутреннего гидродинамического давления в обобщении для любой жидкости и при любых условиях, представил уравнения движения для жидкости в векторной форме



# Развитие теории напряжений

- Современная общая теория напряжений была создана Огюстеном Луи **Коши** (1789–1857 гг.) в 1822 г. [12].
- Его принцип напряжений можно сформулировать следующим образом: представим себе внутри непрерывного тела произвольную замкнутую поверхность; тогда действие материала, находящегося вне этой поверхности, на материал, находящийся внутри нее, эквивалентно некоторому полю векторов напряжений, определенному на поверхности. Комбинируя этот принцип с уравнениями Эйлера, выражающими баланс количества движения и момента количества движения в произвольном теле, Коши ввел основополагающие понятия вектора и тензора напряжений



# Развитие теории напряжений

- **Луи Марин Анри Навье** (1785–1836 гг.) один из первых применил строгое математическое описание напряженного состояния тела в практических целях. Им были исследованы различные напряженные состояния для призматических стержней (растяжение, сжатие и изгиб), оболочек, арок, опорных стен, ферм и мостов. Навье отметил важность выявления упругой зоны в поведении материала и определения значения модуля упругости при расчете предела прочности конструкции
- **Сен-Венан** (1797–1886 гг.) сформулировал в 1855 году принцип, согласно которому уравновешенная система сил, приложенная к некоторой части твердого тела, вызывает в нем появление неравномерности распределения напряжений, которая быстро уменьшается по мере удаления от этой части. На расстояниях, больших максимального линейного размера зоны приложения нагрузок, неравномерность распределения напряжения и деформации оказываются пренебрежительно малыми. Это позволяет одни граничные условия (действующие силы) заменять другими (например, более удобными для статического расчета) при условии, что главный вектор и главный момент новой заданной системы сил сохраняют прежние значения (метод смягчения граничных условий).

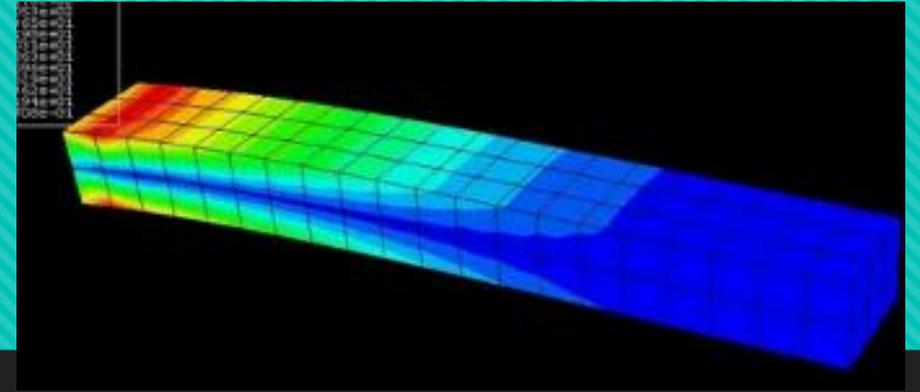
# Развитие теории напряжений

- В 1909 году была опубликована книга французских исследователей братьев Эжена Коссера (1866-1931 гг.) и Франсуа Коссера (1852-1914 гг.) «Теория деформируемых тел» [14], заложившая основы механики обобщенных континуумов; ими было сформулировано обобщение принципа Коши, гласившее, что в общем случае действие произвольной системы сил эквивалентно действию главного вектора и главного момента, отличного от нуля. При этом в среде возникают не только напряжения, но и моментные напряжения, описываемые, вообще говоря, несимметричными тензорами.

# МКЭ

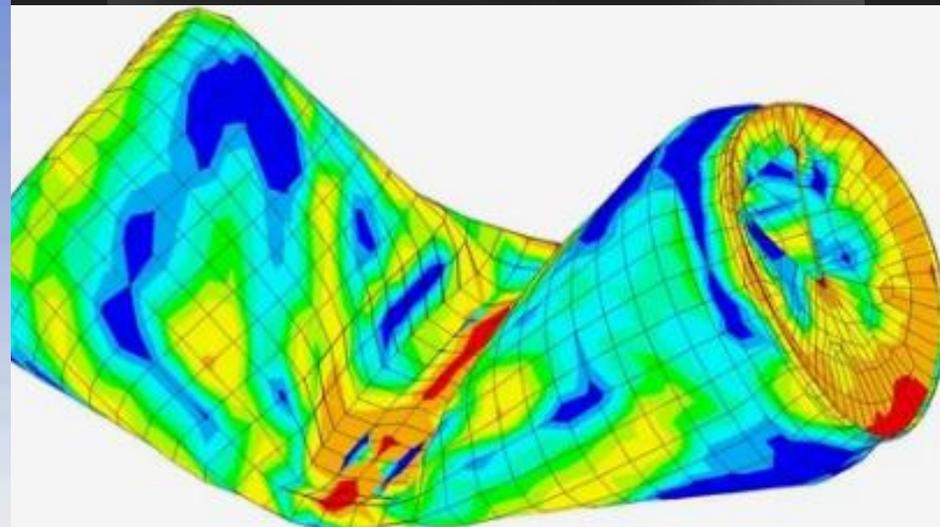
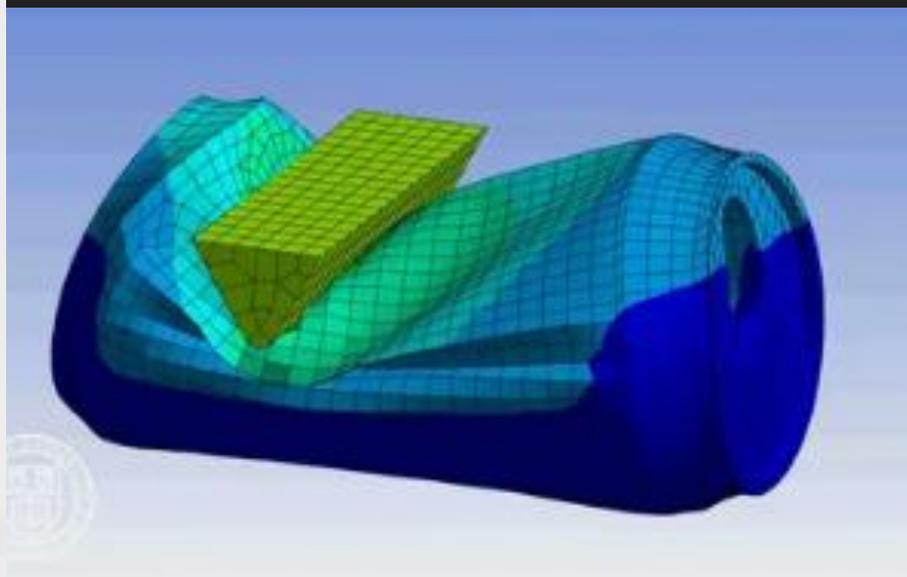
- **Метод конечных элементов** (МКЭ), Finite Element Method (FEM)
- Что это такое?
  - Определение: ...**численный метод** решения дифференциальных уравнений с частными производными, а также интегральных уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики
- Используется для решения задач механики деформируемого твёрдого тела, теплообмена, гидродинамики, электродинамики и др.

# Что за метод-то такой?



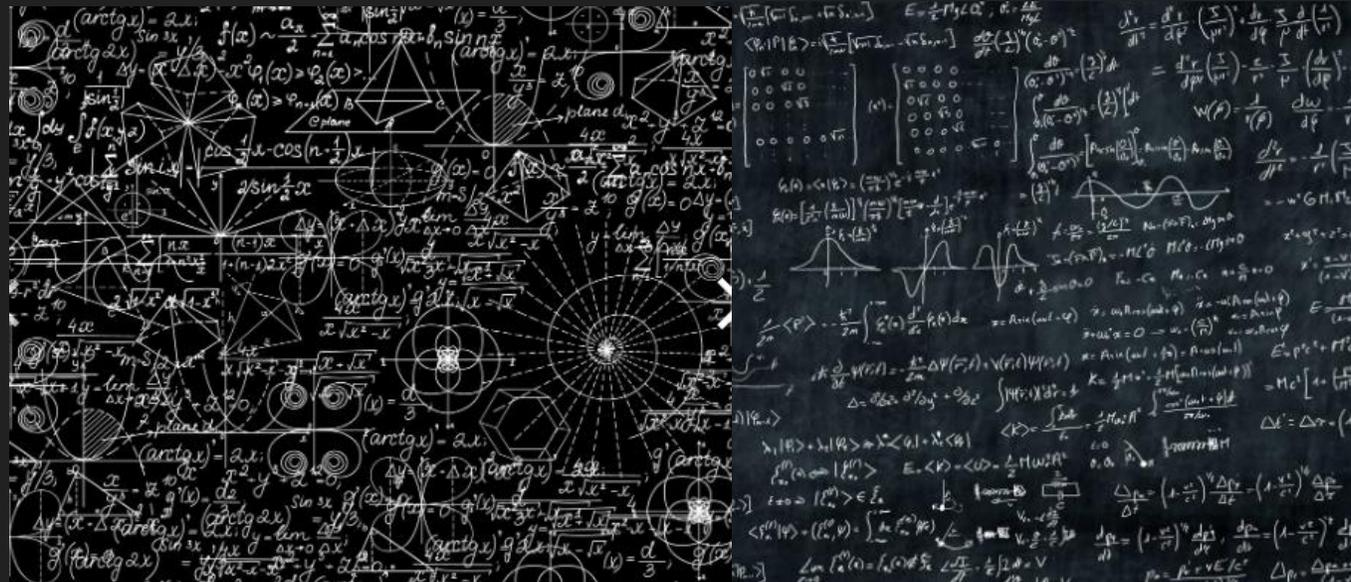
- Область, в которой ищется решение задачи, разбивается на **конечное количество элементов**.
- В каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции.
- Значения **искомых функций в узлах КЭ сетки** являются решением задачи и заранее неизвестны.
- Коэффициенты аппроксимирующих функций выражаются через значения функций в узлах элементов.
- Составляется система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
- Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах
- СЛАУ имеет разрежённый вид, что существенно упрощает её решение.

# Что за метод-то такой?



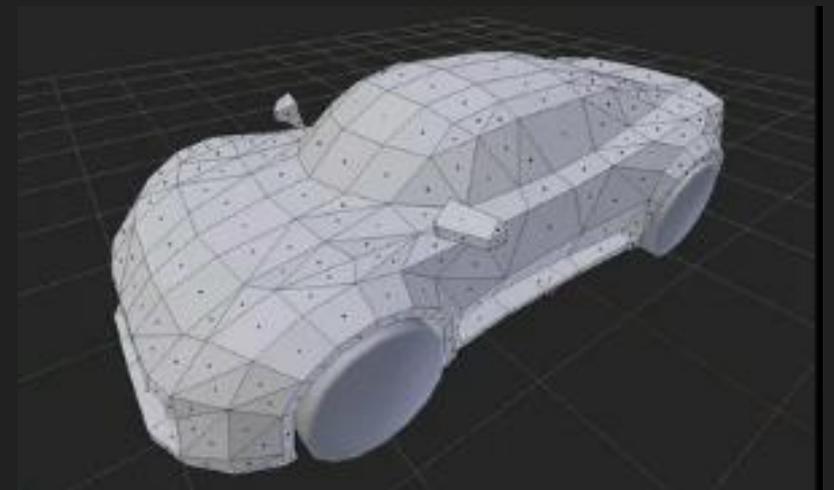
# А в чем выгода?

- Не все решается аналитически, особенно в науке. Только численно... А как?
- Универсальный метод!
- Для тех кто не любит слишком длинные формулы и сложные теории!



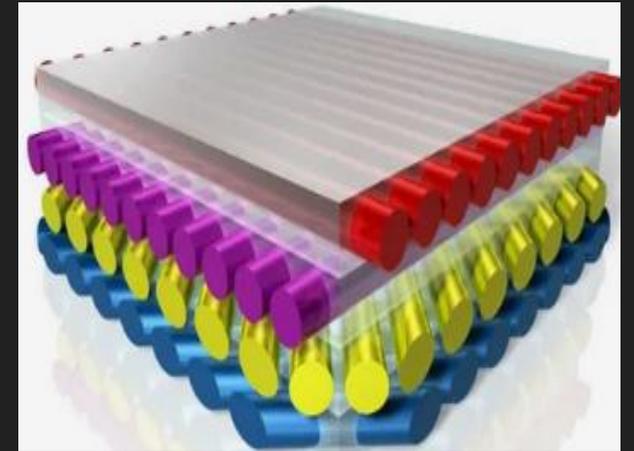
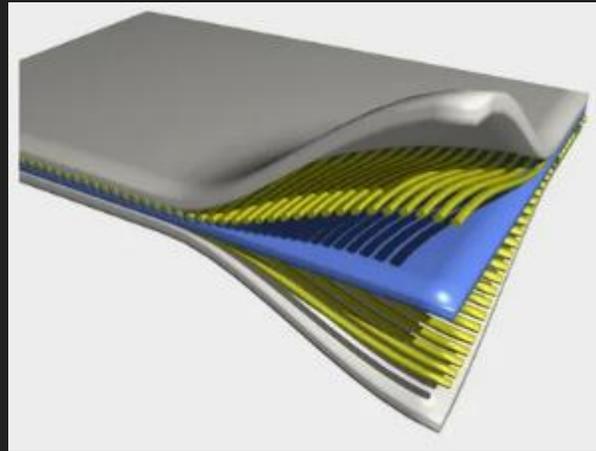
# Приятная ассоциация...

- Ассоциация с играми, сгi. Сложная геометрия тела.



# А чем лучше по сравнению с 3d графикой?

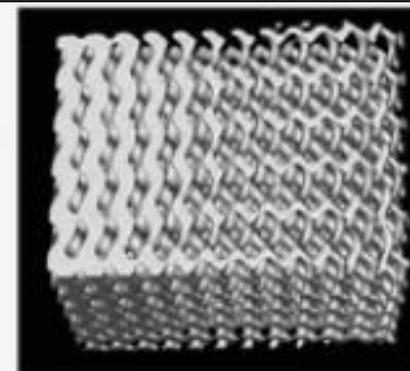
- ...но также и физические свойства!
- Слоистые композиты...
- Функционально-градиентные материалы...



(a)

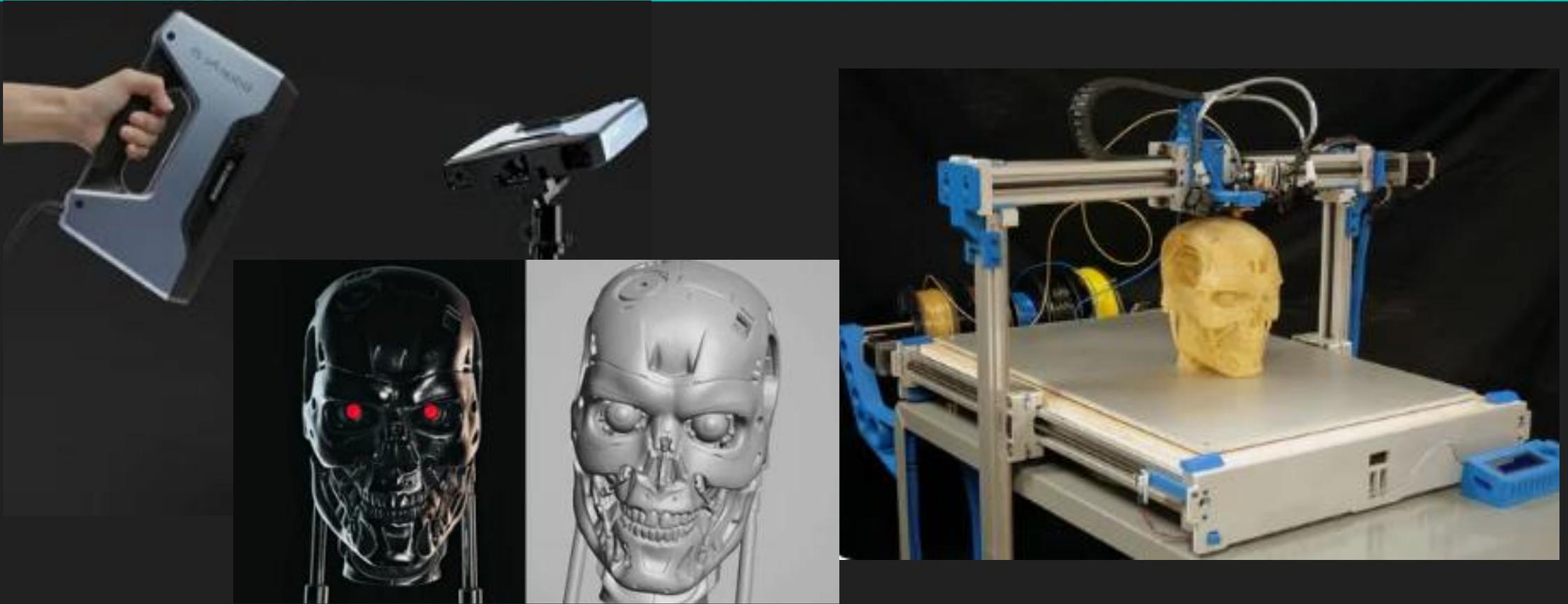


(b)

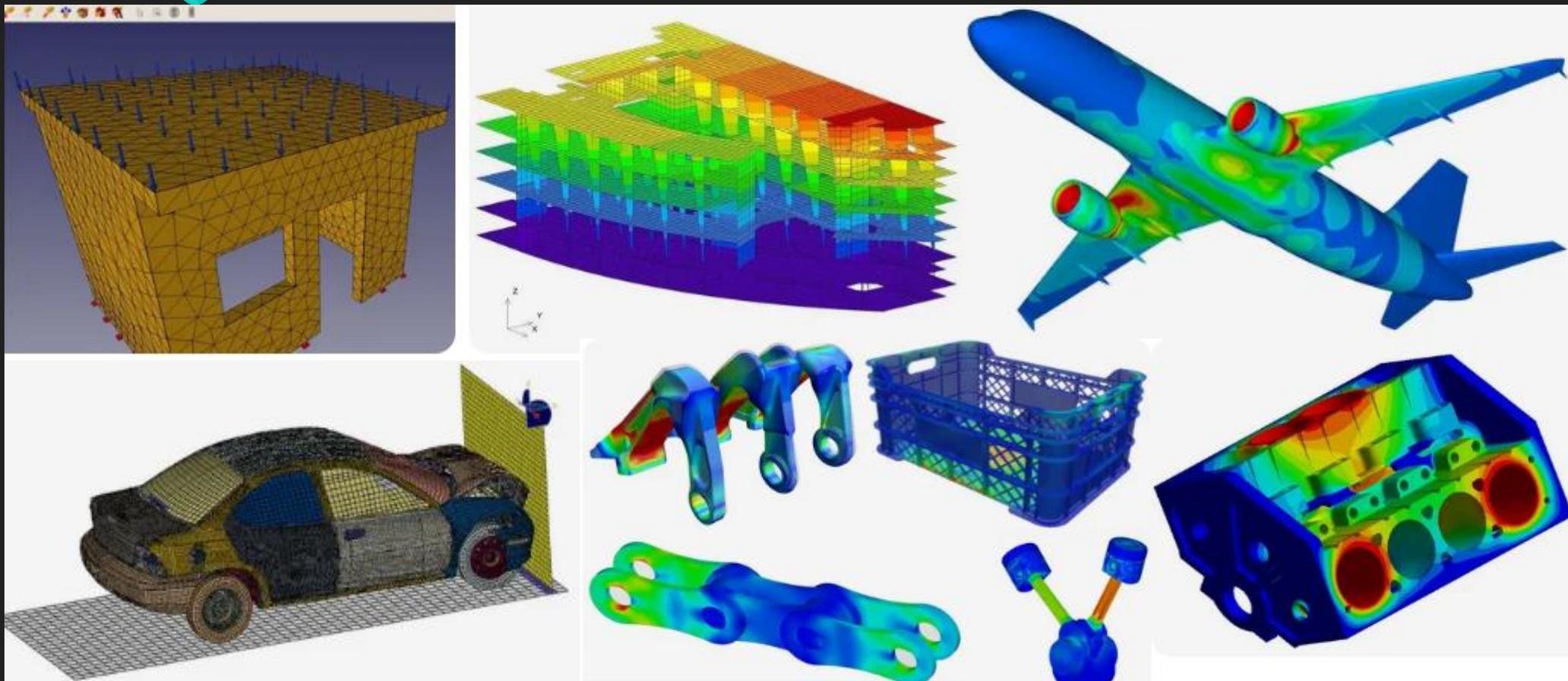


(c)

# Интересные приложения «на коленках»

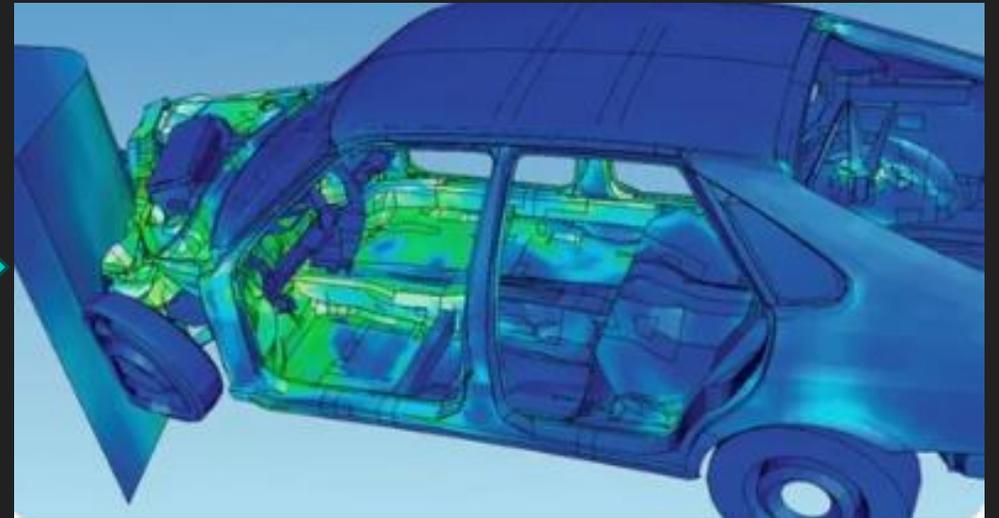
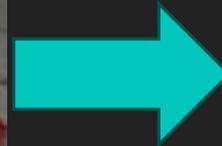


# Серьезные приложения!

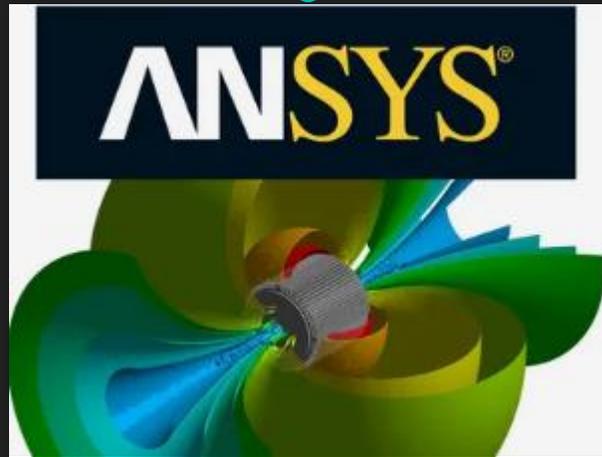


# Реальное производство

- Ни одно изделие не идёт в производство до тех пор пока не проведётся КЭ расчёт и тесты (3d симуляции).
- Они намного **дешевле** натуральных опытов и краш тестов...



# Примеры МКЭ-пакетов



# Еще жизненные приложения...

- Отцу надо построить навес. Или коровник. Или теплицу.
- Какие взять материалы?
- Как спроектировать конструкцию, чтобы сэкономить! И чтобы не рухнула...



# Источники

- [1518-1524.pdf \(osu.ru\)](#)
- [Timeline of classical mechanics - Wikipedia \(turbopages.org\)](#)
- [Механика — Википедия \(wikipedia.org\)](#)