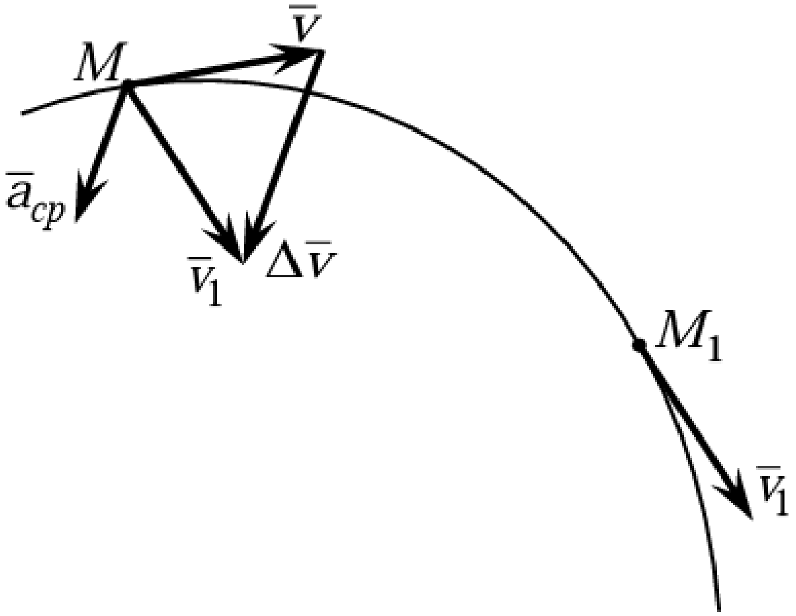
Кинематика точки. Ускорение

25.02.2026

Пусть в некоторый момент времени t движущаяся точка находится в положении M и имеет скорость $\overline{v}$, а в момент $t_1 = t + \Delta t$ приходит в положение M_1 и имеет скорость $\overline{v}_1$

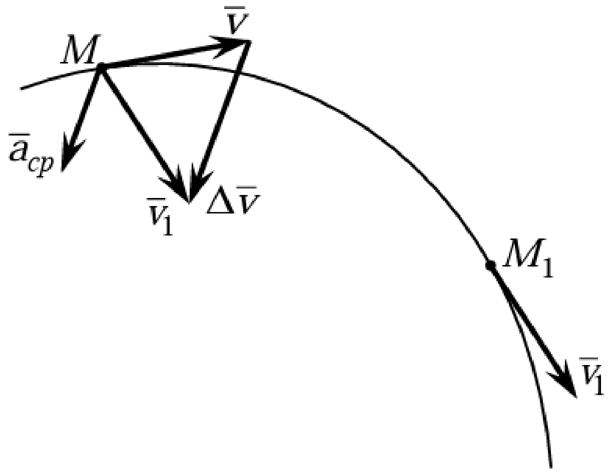


Скорость $\bar{v}_1$ перенесём параллельно самой себе в точку M и построим вектор приращения скорости $\Delta\bar{v}$ за время Δt.

Отношение $\Delta\bar{v}$ к промежутку времени Δt определяет вектор среднего ускорения точки за этот промежуток времени:

$$\bar{a}_{cp} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}, \quad \bar{a}_{cp} \,||\, \Delta\bar{v}.$$

Вектор $\bar{a}_{cp}$, как и $\Delta\bar{v}$, всегда направлен в сторону вогнутости траектории.



Предел среднего ускорения $\bar{a}_{cp}$ при $\Delta t \to 0$ называется ускорением точки в данный момент времени или просто ускорением точки:

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\bar{a}_{cp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \ddot{\bar{r}}. \qquad (1)$$

Таким образом, ускорение точки – вектор, определяемый формулой (1) . Ускорение характеризует изменение вектора скорости по направлению и по величине. Вектор ускорения всегда направлен в сторону вогнутости траектории.

Основная единица измерения ускорения – $м/сек^2$.

$$\overline{a} = \sum_{1}^{3} \ddot{x}_k \overline{i}_k \qquad a = \sqrt{\sum_{1}^{3} \ddot{x}_k{}^2}$$

При естественном способе задания движения:

$$\overline{a} = \dot{\overline{V}} = (\dot{s}\dot{\overline{\tau}}) = \ddot{s}\overline{\tau} + \dot{s}\dot{\overline{\tau}}$$

$$\frac{d\overline{\tau}}{dt} = \frac{d\overline{\tau}}{dt} \cdot \frac{dS}{dS} = \mathbf{v} \cdot \frac{d\overline{\tau}}{dS}. \qquad \frac{d\overline{\tau}}{ds} = \frac{1}{R}\overline{n}$$

$$\overline{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \overline{\tau} + \frac{\mathbf{v}^2}{\rho} \cdot \overline{n}.$$

Получаем, что ускорение раскладывается на два взаимноортогональные направления:

$$a_\tau = \frac{d\mathbf{v}}{dt}; \quad a_n = \frac{\mathbf{v}^2}{\rho};$$

Таким образом, при естественном способе задания движения ускорение точки определяется двумя составляющими (рис. 13)

$$\overline{a} = \overline{a}_\tau + \overline{a}_n,$$

где $\overline{a}_\tau = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \overline{\tau}$ – касательная составляющая ускорения; $\overline{a}_n = \frac{\mathbf{v}^2}{\rho} \cdot \overline{n}$ – нормальная составляющая ускорения.

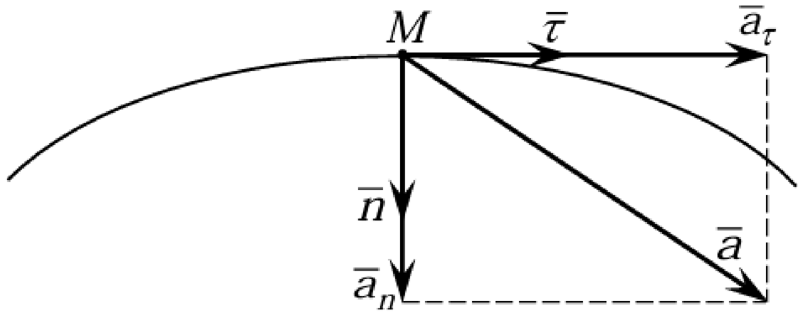


Рис. 13

Так как $\overline{a}_\tau \perp \overline{a}_n$, то по модулю:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Касательное ускорение a_τ равняется нулю, когда:

1) $\mathbf{v} = const$. Такое движение называется равномерным;
2) $\mathbf{v}$ принимает свои максимальные и минимальные значения.

Нормальное ускорение a_n равняется нулю, когда:

1) $\rho = \infty$, т.е. при прямолинейной траектории;
2) в точках перегиба траектории, где также $\rho = \infty$;
3) в моменты времени, когда $\mathbf{v} = 0$.

Легко можно установить ***связь естественного способа задания движения с координатным***. Для этого модуль скорости точки, найденный координатным способом задания движения

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2},$$

подставим в формулу (7) и получим касательное ускорение,

$$a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y + v_z a_z}{v};$$

а затем нормальное ускорение $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$ и радиус кривизны траектории

$$\rho = \frac{v^2}{a_n}.$$