

*Программа экзамена по курсу «Теория чисел» для студентов 3 курса
института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича
Направление: «Педагогическое образование», профиль «Математика»
2025/26 уч. г.*

- 1. Основы теории делимости.** Делимость на множестве целых чисел и ее свойства. Деление с остатком – существование и единственность. Наибольший общий делитель и его свойства. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа и их свойства. Наименьшее общее кратное и его свойства. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа. Решето Эратосфена. Распределение простых чисел. Функция $\pi(x)$. Неравенство Чебышева.
- 2. Теория цепных дробей.** Разложение рационального числа в цепную дробь – существование и единственность. Подходящие дроби и их свойства.
- 3. Мультипликативные функции.** Мультипликативные функции и их свойства. Примеры мультипликативных функций. Функции $\tau(n)$ – число делителей, $\sigma(n)$ – сумма делителей, $\mu(n)$ – функция Мебиуса, $\varphi(n)$ – функция Эйлера. Тождество Гаусса. Леммы о мультипликативных функциях.
- 4. Теория сравнений.** Свойства отношения сравнимости по модулю. Простейшие свойства сравнений. Полная и приведенная системы вычетов и их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения первой степени и методы их решения. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Арифметические приложения теории сравнений.