Лабораторная работа 10. Решение и графический анализ нелинейных уравнений и систем

Решение нелинейных уравнений или систем (определение точек пересечения линий)

1) Поиск корня нелинейной функции **fzero**

```
x = fzero(fun,x0)
x = fzero(fun,x0,options)
```

fzero ищет корень функции fun, меняющей знак при пересечении оси абсцисс (т.е. корень функции x^2 эта команда не найдет), в окрестности заданной точки x0. Функция fun должна быть задана как анонимная (@) или как строка.

2) Решение системы нелинейных уравнений **fsolve** (для использования этой функции должен быть установлен модуль Optimization Toolbox).

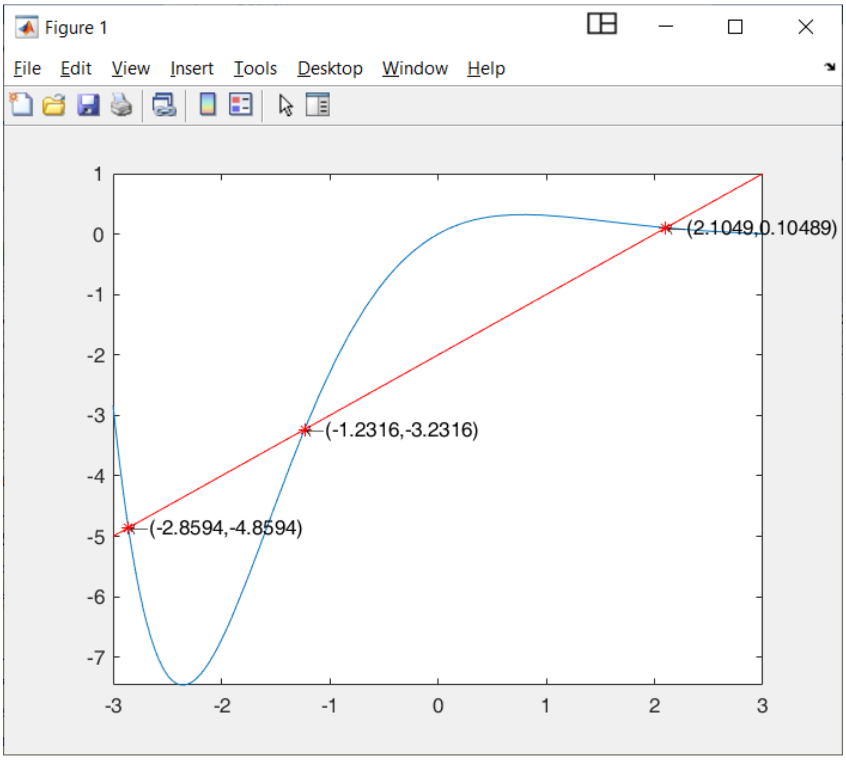
```
x = fsolve(fun,x0)
x = fzero(fun,x0,options)
```

fsolve ищет решение системы нелинейных уравнений, записанной в виде *F*(*x*) = 0, где F(x) – вектор-функция, например F(x)=(f1(x), f2(x)). Вектор-функция должна быть задана как функция Matlab (см. примеры ниже). В случае, если ищется решение одного нелинейного уравнения, то F(x) как функцию Matlab задавать не требуется.

Примеры

```
   % Пример 1. Корень ф-и sin(x) в окрестности точки x=3 (число Пи)
fun = @sin; % function
x0 = 3; % initial point
x = fzero(fun,x0)
   % Пример 2. Корень ф-и cos(x) на заданном интервале [1,2]
fun = @cos; % function
x0 = [1 2]; % initial interval
x = fzero(fun,x0)

   % Пример 3 Корень ф-и x^2 в окрестности точки x=0.1
fzero('x*x',0.1) % выдаст NaN

   % Пример 4 Система двух уравнений вида f1(x)=0, f2(x)=0
   fun = @root2d;
   x0 = [0,0]; %начальное приближение
   x = fsolve(fun,x0)

   function F = root2d(x)
   F(1) = exp(-exp(-(x(1)+x(2)))) - x(2)*(1+x(1)^2);
   F(2) = x(1)*cos(x(2)) + x(2)*sin(x(1)) - 0.5;
   End

   % Пример 5. Найти решение нелинейной системы как точку
   пересечения двух кривых y1=exp(-x)*sin(x), y2=x-2; отметить эти
   точки на графике
   y1=@(x)exp(-x)*sin(x) % можно задать как аноним
y2=@(x)x-2
   %y2='x-2' % или как строку
```

```
fplot(y1,[-3,3]),hold on
fplot(y2,[-3,3],'r')
% Примерные координаты точек пересечения можно определить по
графикам. Это приблизительно -3, -1, 2.

% Для использования fzero нужно рассмотреть функцию вида y2-y1 и
точки ее пересечения с осью абсцисс
g='exp(-x)*sin(x)-(x-2)'
x0=fzero(g,-3)
x1=fzero(g,-1)
x2=fzero(g,2)

for x=[x0,x1,x2]
y=y2(x) % вычисление координаты y, если функция y2 задана как
аноним
% y=eval(y2) % если y2 задана как строка, то нужен eval
plot(x,y,'r*') % изображение точки пересечения в виде красной
звездочки
xy=['(',num2str(x),',',num2str(y),')']% по умолчанию num2str
выведет 4 знака после десятичной точки
%Чтобы вывести меньше знаков, указать второй аргумент в num2str
% num2str(x,2) % 2 знака после десятичной точки
text(x,y,['\leftarrow' xy ]) % текст с координатами точки
end
```



Полиномы

1) Конструктор полинома по его коэффициентам **poly2sym** (команда из модуля <u>Symbolic Math Toolbox</u>)

`p = poly2sym(c)`

`p = poly2sym(c,var)`

poly2sym создает символьный полином p из вектора коэффициентов c. Если c = [c1,c2,...,cn], то команда p = poly2sym(c) создаст полином вида $c_1x^{n-1}+c_2x^{n-2}+...+c_n$.По умолчанию имя переменной полинома – x, но можно задать другое имя в переменной var.

```
p = poly2sym(sym([1/2, -1/3, 1/4]))
p = poly2sym([0.75, -0.5, 0.25])
```

2) Получение коэффициентов полинома **sym2poly** (команда из модуля Symbolic Math Toolbox)

c = sym2poly(p)

sym2poly выдает вектор коэффициентов c символьного полинома p. Возвращаемый вектор c = [c1 c2...cn] будет содержать все коэффициенты, включая нулевые. Если p=$c_1x^{n-1}+c_2x^{n-2}+...+c_n$. то команда c = sym2poly(p) возвратит `c = [c1 c2 ... cn]`.

```
syms x
c = sym2poly(1/2*x^3 - 2/3*x - 5)
```

3) Вычисление корней (в том числе комплексных) для полинома, заданного своим коэффициентами: **roots**

r = roots(p)

roots возвращает корни полинома, где p – вектор всех коэффиентов полинома, начиная с коэффициента при старшей степени: **roots ([pn,…,p1,p0])** для полинома вида $p_nx^n+ p_{n-1}x^{n-1}+...+p_1x+p_0=0$.

Решение уравнения $3x^2-2x-4=0$:

```
p = [3 -2 -4];
r = roots(p)
```

4) Вычисление коэффициентов полинома по заданным корням: **poly**

p = poly(r)

p = poly(A)

poly возвращает коэффициенты полинома p по вектору корней r, или характеристический многочлен для матрицы A. Для корректного определения полинома каждый корень перечисляется с учетом его кратности:

```
y=poly([1,1,3,7,9])
```

5) Вычисление значения полинома, заданного своими коэффициентами, в заданной точке: **polyval**

y = polyval(p,x)

polyval выдает значение полинома, заданного вектором коэффициентов p, в точке x
Вычисление значения полинома $p(x)=3x^2+2x+1$ в точках x=5, 7, 9.

```
p = [3 2 1];
x = [5 7 9];
y = polyval(p,x)
```

Задание 1

Решить уравнение $\sqrt{x+2}=2-x$. Для подбора интервалов поиска корней вывести график. В комментарии написать ответ (значения корней). Построить график. Выделить корни и подписать их значения на графике. Использовать функции **fplot**, **fzero** или **fsolve**, подписать значения корней на графике функцией **text.**

Задание 2

Найти все корни тригонометрического уравнения $\sin^4 x - \cos^4 x = 1/2$ на интервале [−3,3]. Для подбора интервалов поиска корней вывести график. В комментарии написать ответ (значения корней). Выделить корни и подписать их значения на графике. Использовать функции **fplot**, **fzero** или **fsolve**, подписать значения корней на графике функцией **text.**

Задание 3

Найти все точки пересечения двух линий y= x*sin(8x) и y= x^5-x+0.5 на отрезке [-1,1], предварительно определив абсциссы этих точек как корни функции g= x*sin(8x) –(x^5-x+0.5). Отметить точки пересечения линий на графике (стиль маркера и размер выберите самостоятельно).

Использовать функции **fplot**, **fzero** или **fsolve**, подписать координаты точек пересечения функцией **text.**

Задание 4

Найти все точки пересечения двух линий y=sin(exp(x)) и y=0.6x-0.5 на отрезке [0,3], отметить эти точки на графике (стиль маркера и размер выберите самостоятельно).

Использовать функции **fplot**, **fzero** или **fsolve**, подписать координаты точек пересечения функцией **text.**

Задание 5

Решить систему уравнений. Представить графическую интерпретацию решений. Использовать функции **fplot**, **fzero** или **fsolve**, подписать координаты точек пересечения функцией **text.**

$$\begin{cases} y = x * sin(x) \\ y = 1 - x^2 \end{cases}$$

Задание 6

Найти все корни полинома пятого порядка p(x)=x^5+x^2−10x-4.5 Обозначить полученные вещественные корни на графике p(x), выделив их размером и формой маркера, подписать их значения на графике. Определить точность, с которой найдены корни.

Указание. Использовать **sym2poly, roots**. Вещественные корни найти с помощью fzero. Задать точность для fzero можно в параметре options:

```
options=optimset('TolX',1e-6);
x1=fzero(p,x0,options)
```

Сравните со значениями, полученными с точностью, заданной по умолчанию (для этого вывести значения в длинном формате: `format long`.

Задание 7

Найти вид полинома пятого порядка, если известны его корни: 1 - кратности 2; а также простые корни: 3, 7, 9. Построить график функции полученного полинома. Выделить корни и подписать их значения на графике.

Указание. Использовать **poly, poly2sym.**