

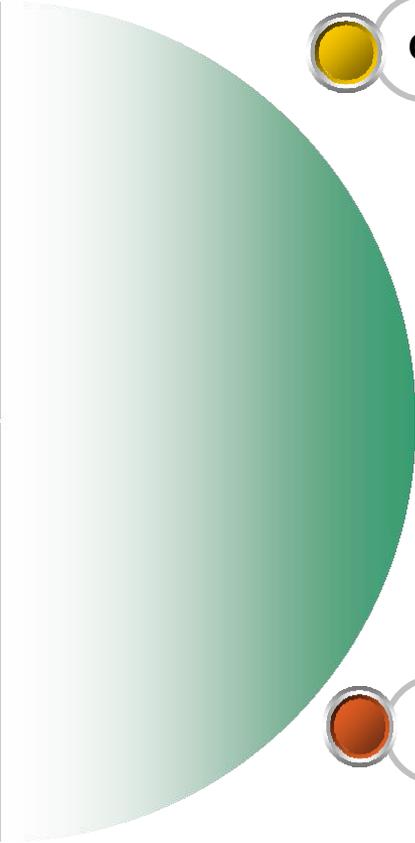


Символьные вычисления MATLAB

Лекция #5

Пустовалова О.Г.
доцент. каф. мат.мод.
ИММИКН ЮФУ

Содержание

- 
- Создание символьных переменных
 - Основные операции
 - Решение уравнений
 - Графика символьных функций
 - Преимущества и недостатки символьных вычислений

Символьные вычисления

Символьные вычисления (Symbolic Math) в MATLAB позволяют **работать с математическими выражениями в аналитическом виде**, а не только численно.

Symbolic Math Toolbox в MATLAB позволяет:

- Работать с аналитическими выражениями.
- Упрощать, дифференцировать, интегрировать.
- Решать уравнения и системы.
- Выполнять преобразования Лапласа/Фурье.
- Работать с символьными матрицами.

Создание символьных переменных

Перед использованием символьных операций необходимо объявить переменные как символьные.

```
syms x y z; % Создание символьных переменных x, y, z
```

```
a = sym('a'); % Альтернативный способ
```

```
f = x^2 + y + z; % Символьное выражение
```

Создание символьных переменных с **предположением**

Можно задавать переменные с предположениями (например, что x — действительное число):

```
syms x real; % x ∈ ℝ
```

```
syms n integer; % n ∈ ℤ
```

```
syms c positive; % c > 0
```

Основные операции

- **simplify(expr)** — упростить
- **expand(expr)** — раскрыть скобки
- **factor(expr)** — разложить на множители
- **subs(expr, old, new)** — подставить значения

Основные операции. Упрощение выражений

1

```
expr = (x + y)^2 - x^2 - 2*x*y;
```

```
simplify(expr); % Упростит до y^2
```

Основные операции. Раскрытие скобок

1

```
expr = (x + 1)*(x - 2);
```

```
expand(expr); % x^2 - x - 2
```

2

```
syms x y;
```

```
f = (x + y)^2;
```

```
expand(f) % x^2 + 2*x*y + y^2
```

Основные операции. Факторизация

1

```
expr = x^2 - 4;
```

```
factor(expr); % (x - 2) * (x + 2)
```

2

```
g = x^2 - y^2;
```

```
factor(g) % (x - y) * (x + y)
```

Основные операции. Подстановка значений

1

```
f = x^2 + 3*x + 2;
```

```
subs(f, x, 2); % 2^2 + 3*2 + 2 = 12
```

```
subs(f, x, [1 2 3]); % Подстановка массива: [6 12 20]
```

Решение уравнений и систем

Одно уравнение

```
syms x;
```

```
eqn = x^2 - 3*x + 2 == 0;
```

```
solution = solve(eqn, x); % [1; 2]
```

Решение системы уравнений

Система уравнений

```
syms x y;
```

```
eq1 = x + y == 3;
```

```
eq2 = x - y == 1;
```

```
sol = solve([eq1, eq2], [x, y]); % x = 2, y = 1
```

```
disp([sol.x, sol.y]); % [2, 1]
```

Дифференциальные уравнения

Пример

```
syms y(t);
```

```
ode = diff(y, t) == -2*y;
```

```
dsolve(ode); % Решение: C1*exp(-2*t)
```

Дифференцирование и интегрирование

Производная

```
syms x;
```

```
f = sin(x) + x^2;
```

```
diff(f, x); % Производная cos(x) + 2*x
```

```
diff(f, x, 2); % Вторая производная: -sin(x) + 2
```

Дифференцирование и интегрирование

Интеграл

```
syms x;
```

```
int(x^2, x); % Неопределённый: x^3/3
```

```
int(x^2, x, 0, 1); % Определённый: 1/3
```

Пределы

Пределы

```
syms x;
```

```
limit(sin(x)/x, x, 0); % 1
```

```
limit(1/x, x, 0, 'right'); % +∞
```

Символьные матрицы

Пример

```
syms a b c d;
```

```
A = [a b; c d];
```

```
inv(A); % Обратная матрица
```

```
det(A); % Определитель: a*d - b*c
```

```
eig(A); % собственные значения
```

Решение СЛАУ

Пример

```
syms x y;
```

```
A = [2 3; 1 -1];
```

```
b = [8; 0];
```

```
solution = A \ b; % [x; y] = [8/5; 8/5]
```

Численные вычисления с символьными выражениями

Иногда символьное решение **невозможно**, и MATLAB автоматически переключается на **численные методы**

```
vpa(pi, 100); % Численное значение  $\pi$  с 100 знаками
```

```
double(sqrt(2)); % 1.4142...
```

Графика символьных функций

```
syms x;
```

```
f = x^2 * sin(x);
```

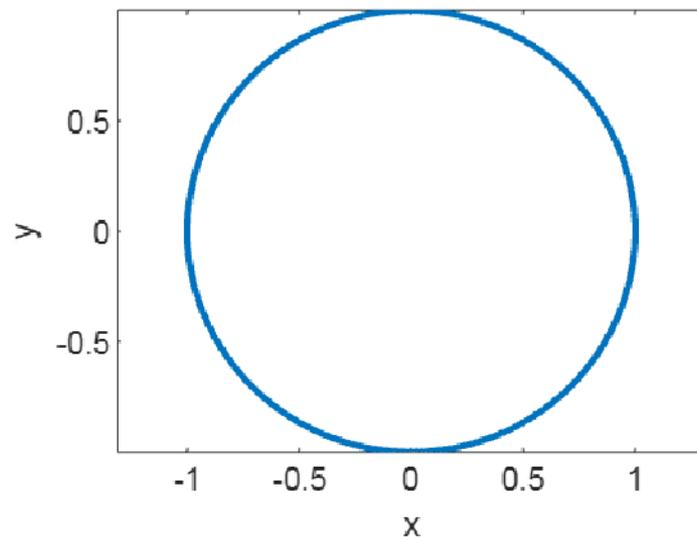
```
fplot(f, [-2*pi, 2*pi]); % Рисует f(x)
```

Неявные функции

```
syms x y;
```

```
eqn = x^2 + y^2 == 1;
```

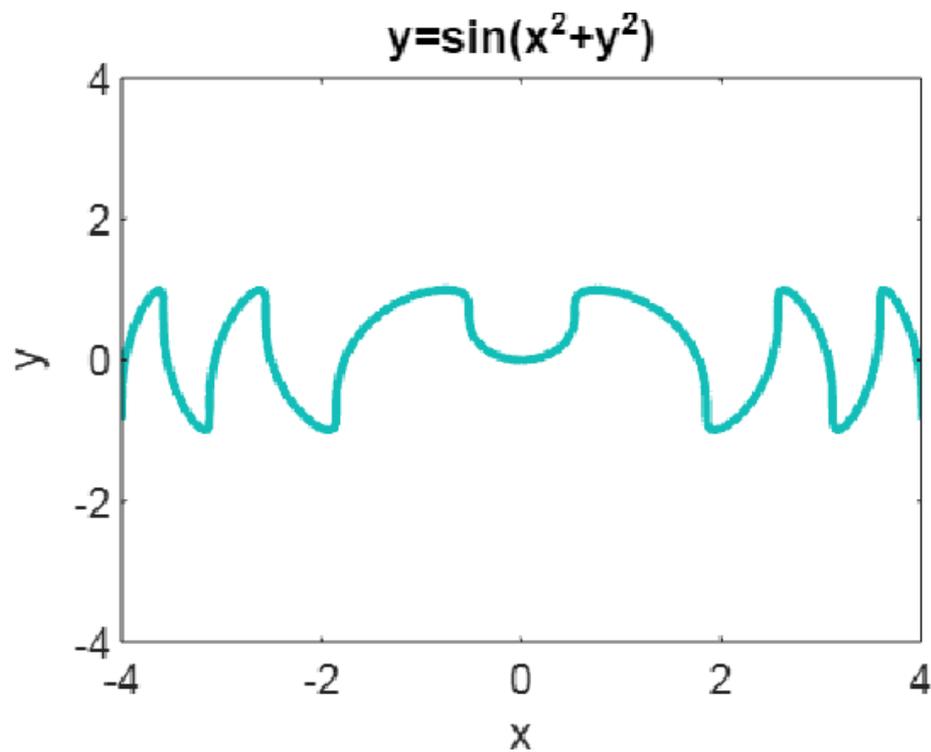
```
fimplicit(eqn); % Окружность
```



Неявные функции

```
h=ezplot('y=sin(x^2+y^2)', [-4,4]) %
```

```
h.set('LineWidth',2)
```



Аналитическое решение задачи

Задача: Найти максимум функции $f(x) = -x^2 + 4x + 3$.

```
syms x;
```

```
f = -x^2 + 4*x + 3;
```

```
df = diff(f, x); % Производная: -2*x + 4
```

```
x0 = solve(df == 0, x); % x = 2
```

```
f_max = subs(f, x, x0); % f(2) = 7
```

```
disp(['Максимум в точке x = ', num2str(double(x0))]);
```

```
disp(['Значение: ', num2str(double(f_max))]);
```

Плюсы и минусы символьных вычислений в MATLAB

Преимущества:

- Точные аналитические решения.
- Возможность работы с параметрическими выражениями.
- Интеграция с численными методами.

Недостатки:

- Медленнее численных вычислений.
- Не все задачи имеют аналитическое решение.



Спасибо за внимание!