

### Текстовые задачи. Проценты

10.1. Цена пылесоса в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена пылесоса, если, выставленный на продажу за 35 000 рублей, через два года был продан за 27 104 рубля.

10.2. [Ск] В январе завод выполнил 105% месячного плана выпуска готовой продукции, а в феврале дал продукции на 4% больше, чем в январе. На сколько процентов завод перевыполнил двухмесячный план выпуска продукции?

10.3. [Ск] Сколько килограммов воды надо выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

10.4. В сосуд, содержащий 15 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 75 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

10.5. Имеются два сосуда. Первый содержит 25 кг, а второй — 35 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 66% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

10.6. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 15% меди, второй — 45% меди. Масса второго сплава меньше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 25% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

10.7. В магазине одежды проводилась распродажа. Костюмы продавались со скидкой 25%, а рубашки — со скидкой 60%. Покупатель купил костюм и две рубашки за 13 650 рублей, заплатив на 35% меньше их суммарной первоначальной цены. Во сколько раз первоначальная цена костюма больше первоначальной цены рубашки?

10.8. Магазин закупил некоторое количество товара и начал его реализацию по цене на 30% выше цены, назначенной производителем, чтобы покрыть затраты на транспортную и другие дополнительные расходы. Оставшуюся после реализации часть товара уценили на 14% с тем, чтобы покрыть затраты на закупку товара и его транспортировку. Сколько процентов от цены, назначенной производителем, составила стоимость транспортировки?

10.9. [Ск] На полях, выделенных агролаборатории для опытов, с двух участков собрали 14,7 ц зерна. На следующий год после применения новых методов агротехники урожай на первом участке повысился на 80%, а на втором — на 24%, благодаря чему с этих участков было собрано 21,42 ц зерна. Сколько центнеров зерна собрали с каждого участка после применения новых методов агротехники?

---

<sup>1</sup>Преподаватель Т. Ф. Долгих, кафедра ВМ и МФ, ИММ и КН им. И. И. Воровича ЮФУ. Задания отмеченные демо-xxxx взяты с сайта [fipi.ru](http://fipi.ru), Ск — из сборника М. И. Сканави.

## Планиметрия. Прямоугольные треугольники

1.1. Переписать в тетрадь для справочных материалов следующие формулы и утверждения и выучите те, которые вы не знаете/забыли:

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Через  $a, b, c$  обозначим стороны треугольника  $BC, AC, AB$  соответственно.

**Теорема Пифагора.** В любом прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

**Теорема о синусах и косинусах острых углов.** В любом прямоугольном треугольнике справедливы следующие соотношения

$$\begin{aligned} \sin \angle A = \cos \angle B = \frac{b}{c}, \quad \cos \angle A = \sin \angle B = \frac{a}{c}, \\ \operatorname{tg} \angle A = \frac{\sin \angle A}{\cos \angle A} = \frac{b}{a}, \quad \operatorname{ctg} \angle A = \frac{\cos \angle A}{\sin \angle A} = \frac{a}{b}, \\ \operatorname{tg} \angle B = \frac{\sin \angle B}{\cos \angle B} = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{ctg} \angle B = \frac{\cos \angle B}{\sin \angle B} = \frac{b}{a}, \\ \operatorname{tg} \angle A = \operatorname{ctg} \angle B, \quad \operatorname{ctg} \angle A = \operatorname{tg} \angle B. \end{aligned}$$

**Основное тригонометрическое тождество.** Для любого угла  $\alpha$  выполняется соотношение

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1.$$

**Некоторые тригонометрические соотношения.** Пусть  $\alpha = \beta$ . Тогда

$$\sin \alpha = \sin \beta, \quad \cos \alpha = \cos \beta, \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta.$$

**Некоторые формулы приведения**

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha,$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, \quad \operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

**Теорема о проекциях катетов на гипотенузу.** Если высота, проведённая из прямого угла прямоугольного треугольника равна  $h$ , а проекции катетов  $a$  и  $b$  на гипотенузу  $c$  равны  $c_a$  и  $c_b$  соответственно, то будут справедливы следующие соотношения

$$h^2 = c_a \cdot c_b, \quad a^2 = c \cdot c_a, \quad b^2 = c \cdot c_b.$$

**Площадь прямоугольного треугольника** равна

$$S = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} ch.$$

**Теорема и следствие об описанной окружности вокруг прямоугольного треугольника.** Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине

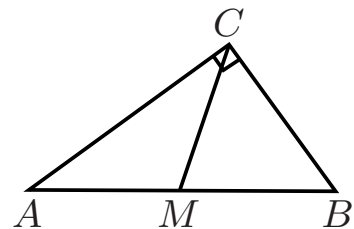
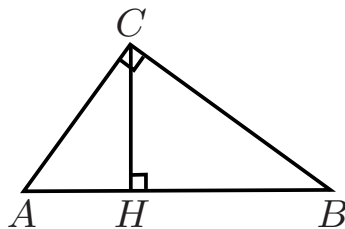
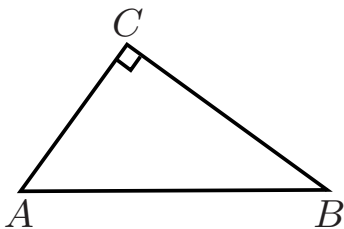
гипотенузы. Радиус  $R$  этой окружности равен половине длины гипотенузы  $\frac{c}{2}$ . Отсюда следует, что медиана  $m$ , проведённая из прямого угла треугольника равна половине длины гипотенузы.

**Теорема о вписанной окружности в прямоугольный треугольник.** Радиус  $r$  вписанной в прямоугольный треугольник окружности равен отношению площади треугольника  $S$  к его полупериметру  $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{ab}{a + b + c} = \frac{a + b - c}{2},$$

так как  $(a + b + c)(a + b - c) = (a + b)^2 - c^2 = 2ab$ .

Для решения следующих задач используйте данные рисунки:



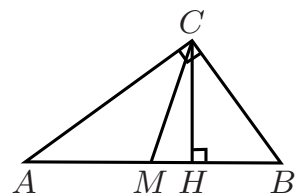
1.2. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 4,8$ ,  $BC = 6,4$ . Найдите  $\cos A$ .

1.3. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 2,4$ ,  $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$ . Найдите  $BC$ .

1.4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 2,8$ ,  $BC = 9,6$ . Найдите высоту, проведённую из вершины прямого угла.

1.5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CM$  — медиана, угол  $A$  равен  $34^\circ$ . Найдите угол  $BCM$ .

1.6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CM$  — медиана,  $CH$  — высота, угол  $ABC$  равен  $68^\circ$ . Найдите угол  $MCH$ .



1.7. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 16$ ,  $\operatorname{ctg} A = \frac{3}{4}$ . Найдите радиус описанной окружности.

1.8. [Ск] В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины  $B$  прямого угла опущена высота  $BD$  на гипотенузу  $AC$ . Известно, что  $AB = 13$ ,  $BD = 12$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ .

1.9. [Ск] В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания с окружностью делит гипотенузу на отрезки 5 и 12. Найти площадь треугольника.

1.10. [Ск] В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины прямого угла  $C$  проведены медиана  $CM$  и высота  $CH$ . Найти  $AH : AM$ , если  $CM : CH = 5 : 4$  и точка  $H$  находится между точками  $A$  и  $M$ .