

Вычисления и преобразования. Рациональные выражения

Найдите значение выражения:

7.1. $5,6 - 13,6 \cdot 0,5$

7.12. $\frac{2,1}{2,4 - 6,6}$

7.22. $\frac{1}{\frac{1}{21} + \frac{1}{28}}$

7.2. $5,5 - 13,5 \cdot 0,6$

7.13. $\frac{1}{5} - \frac{7}{25} : \frac{2}{7}$

7.23. $3 \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{15}\right)$

7.3. $\frac{4}{15} + \frac{8}{15} \cdot 2\frac{1}{2}$

7.14. $\frac{3}{4} - \frac{9}{20} : \frac{3}{7}$

7.24. $15 \cdot \left(\frac{3}{20} + \frac{7}{30}\right)$

7.4. $\frac{5}{12} + \frac{7}{12} \cdot 1\frac{3}{7}$

7.15. $\frac{9}{16} : \left(-\frac{3}{40}\right) + 4,7$

7.25. $\frac{9,5 + 8,9}{2,3}$

7.5. $1\frac{1}{12} : \left(1\frac{13}{18} - 2\frac{5}{9}\right)$

7.16. $\left(\frac{1}{12} - 1\frac{2}{15}\right) \cdot 6\frac{2}{3}$

7.26. $\frac{7,5 + 3,5}{2,5}$

7.6. $\left(1\frac{11}{16} - 3\frac{7}{8}\right) \cdot 4$

7.17. $\frac{1,5}{1 + \frac{1}{5}}$

7.27. $5,3 - 9 \cdot (-4,4)$

7.7. $\frac{4,8 \cdot 0,4}{0,6}$

7.18. $\frac{0,8}{1 - \frac{1}{9}}$

7.28. $6,4 - 7 \cdot (-3,3)$

7.8. $\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8}$

7.19. $3,2 - 3,5 \cdot 6,4$

7.29. $\left(\frac{5}{6} + 2\frac{2}{5}\right) \cdot 7,5$

7.9. $\left(\frac{11}{12} + \frac{11}{20}\right) \cdot \frac{15}{8}$

7.20. $6,1 - 4,5 \cdot 5,4$

7.30. $\left(\frac{1}{8} - 3\frac{5}{11}\right) : \frac{5}{11}$

7.10. $\left(\frac{2}{15} + \frac{5}{12}\right) \cdot \frac{16}{11}$

7.21. $\frac{1}{\frac{1}{36} + \frac{1}{45}}$

7.31. $\frac{0,27}{25} \cdot \frac{0,4}{0,72}$

7.11. $\frac{7,2}{8,3 - 8,6}$

7.32. $\frac{0,64}{8,1} \cdot \frac{2,43}{12,8}$

7.33. $\left(\frac{11}{6} \cdot 0,9 - \frac{7}{4}\right) \cdot \left(9 \cdot \frac{5}{12} - \frac{16}{25}\right)$

7.34. [Ск] $\left(16\frac{1}{2} - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{18}{33} + 2,2 \left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11}\right) + \frac{2}{11}$

7.35. Найдите значение выражения $20a + \frac{19b - 20a^2}{a}$ при $a = 0,2$, $b = 21$.

7.36. Найдите значение выражения $\frac{22b^2 - 20a}{b} - 22b$ при $a = 3,4$, $b = 5$.

7.37. Найдите значение выражения $48a + \frac{8a(7 - 6b)}{b}$ при $a = 0,9$, $b = 0,18$.

7.38. Найти значение $\frac{a}{b}$ при $\frac{a - b}{3a + 5b} = 11$.

¹Преподаватель Т. Ф. Долгих, кафедра ВМ и МФ, ИММ и КН им. И. И. Воровича ЮФУ. Задания отмеченные демо-xxxx взяты с сайта fipi.ru, Ск — из сборника М. И. Сканава.

7.39. Найти значение $\frac{16 - 81x^2}{9x + 4} + 9x$ при $x = -0,13$.

7.40. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{8x} - \frac{1}{5x}\right) \cdot \frac{x^2}{3}$ при $x = 14$.

7.41. Найдите значение выражения $\frac{1}{x^2} : \left(\frac{5}{6x} - \frac{3}{4x}\right)$ при $x = 0,3$.

7.42. Найдите значение выражения $p(x - 5) + p(5,2 - x)$, если $p(x) = 5x - 2$.

7.43. Найдите значение выражения $3p(x - 4) + p(3x)$, если $p(x) = 7 - x$.

7.44. Найти значение $2x + y + 10z$, если $4x + y = 5$, $y + 20z = 6$.

7.45. Найти значение $4x - 24y - 3$ при $\frac{10x - 3y}{3x + y + 1} = 3$.

Линейные уравнения

Найдите корень уравнения:

6.1. $\frac{x}{15} = \frac{7}{3}$.

6.2. $\frac{18}{x} = \frac{78}{13}$.

6.3. $\frac{x}{9} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$.

6.4. $\frac{12}{17} - \frac{x}{17} = 1$.

6.5. $\frac{2x}{3} + \frac{12}{5} = 3$.

6.6. $\frac{4}{7}x = -4\frac{5}{7}$.

6.7. $-\frac{7}{11}x = 1\frac{3}{11}$.

6.8. $\frac{3}{8}x = 2\frac{5}{8}$.

6.9. $\frac{2}{7}x = 3\frac{5}{7}$.

6.10. $4(x + 11) + 8 = -21$.

6.11. $7(x - 2) + 3(x + 8) - 1 = 0$.

6.12. $7(5 + x) - 2(x + 2) = 65$.

6.13. $\frac{4x - 1}{3} = \frac{x + 17}{2}$.

6.14. $\frac{2x}{3} - \frac{x - 2}{4} = 5$.

6.15. $\frac{3x - 4}{5} + \frac{x + 1}{3} = 7$.

6.16. $(2x - 5)^2 - 4x^2 = 0$.

6.17. $(3 + 5x)^2 = 25x^2$.

6.18. $x^2 = (x + 4)^2$.

6.19. $(6x - 13)^2 = (6x - 11)^2$.

6.20. $(9 - 11x)^2 = (11x - 13)^2$.

6.21. $(2x - 5)^2 = (3 + 2x)^2$.

6.22. $x^2 + 5 = (x + 5)^2$.

6.23. $(3 + 4x)^2 = 16x^2 + 3$.

6.24. $81x^2 + 40 = (1 - 9x)^2$.

6.25. [Ск] Найдите x из пропорции

$$\frac{x}{10,5 \cdot 0,24 - 15,15 : 7,5} = \frac{9 \left(1\frac{11}{20} - 0,945 : 0,9\right)}{1\frac{3}{40} - 4\frac{3}{8} : 7}$$

Задачи с прикладным содержанием

9.1. Для одной из фирм-авиаперевозчиков зависимость числа людей m (человек в день), воспользовавшихся услугой фирмы, от цены на билет n (тысяч рублей) определяется формулой $m = 2700 - 60n$. Найдите максимальную стоимость билета n (тысяч рублей), при которой ежедневная выручка этой фирмы $S = m \cdot n$ составит не менее 30 миллионов рублей.

9.2. [демо-2022] Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 2 м/с.

9.3. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

9.4. Если автомобиль, имеющий скорость v_0 (м/с), осуществляет торможение с постоянным ускорением a (м/с²), $a < 0$, то время t (в секундах), прошедшее с момента начала торможения до момента полной остановки автомобиля, определяется формулой $t = \frac{v_0}{|a|}$. Какую наибольшую скорость мог иметь автомобиль, если при $a = -6$ м/с² время от начала торможения до момента полной остановки составило не более 4 секунд? Ответ дайте в км/ч.

9.5. Прокладывая пути, между рельсами оставили зазор в 1,8 миллиметра. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина l меняется по закону $l(\theta) = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, где $l_0 = 15$ метров — первоначальная длина рельса, $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, θ — температура в $^\circ\text{C}$. Какова минимальная температура θ (в $^\circ\text{C}$), при которой зазор между рельсами отсутствует?

9.6. Для некоторого предприятия его прибыль S (руб. в месяц) вычисляется по формуле: $S(n) = n(c - z) - r$, где n — число единиц произведённой предприятием продукции, $c = 900$ руб. — отпускная цена единицы продукции, $z = 600$ руб. — затраты на производство единицы продукции, $r = 300\,000$ — постоянные ежемесячные расходы предприятия. Найдите минимальный объём производства n (штук продукции в месяц), при котором прибыль предприятия будет не менее 1 000 000 руб. в месяц.

9.7. Опорные «башмаки» шагающего экскаватора, имеющие массу $m = 2520$ т, представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 36$ м и шириной S м каждая. Давление P (в кПа), оказываемое экскаватором на почву, определяется формулой $P = \frac{mg}{2lS}$, где $g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения. Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление P должно не превышать 280 кПа. Ответ выразите в метрах.