

## Задачи с прикладным содержанием

9.1. Зависимость температуры  $T$  (в градусах Кельвина) от времени  $t$  (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора на исследуемом интервале температур задаётся формулой  $T(t) = T_0 + at + bt^2$ , где  $T_0 = 1700$  К,  $a = 50$  К/мин,  $b = -0,25$  К/мин<sup>2</sup>. Известно, что при температуре свыше 3800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

9.2. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{50}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

### Задачи для самостоятельного решения

9.3. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

9.4. [демо-2013] Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 18t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

9.5. Для сматывания кабеля используют лебёдку, равноускоренно наматывающую кабель на катушку. Угол на который, поворачивается катушка, изменяется по закону  $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  — время в минутах,  $\omega = 120^\circ/\text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 6^\circ/\text{мин}^2$  — угловое ускорение катушки. Работу лебёдки нужно проверить не позже того момента, когда угол поворота катушки  $\varphi$  достигнет  $3600^\circ$ . Определить время после начала работы лебёдки, не позже которого нужно проверить работу лебёдки. Ответ выразите в минутах.

9.6. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле  $A(\omega) = \frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$ , где  $\omega$  — частота вынуждающей силы (в  $c^{-1}$ ),  $A_0$  — постоянный параметр,  $\omega_p = 360 c^{-1}$  — резонансная частота. Найдите максимальную частоту  $\omega$ , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину  $A_0$  не более чем на 12,5%. Ответ выразите в  $c^{-1}$ .