# Дифференциальные уравнения Maple

differential equations

# dsolve

Решение ОДУ (обыкновенных дифференциальных уравнений)

**dsolve(ODE)**

dsolve(ODE, y(x), options)

dsolve( {ODE, ICs}, y(x), options)

ODE – ОДУ либо система ОДУ в виде множества или списка

y(x) – неопределенная функция одной переменной либо множество

или список таких функций (неизвестные уравнения)

ICs – начальные условия в виде y(x0)=a, D(y)(x0)=b, ..., (D@@n)(y)(x0)=c

options – дополнительные опции, например:

- type=exact (аналитическое решение – опция по умолчанию),
- type=series (приближенное решение в виде степенного ряда) ,
- type=numeric (численное решение),
- output=basis (фундаментальная система решений)
- method=laplace (решение с помощью интегральных преобразований)

# Обыкновенное ДУ

Дифференциальным уравнением называется уравнение, содержащее производные неизвестной функции.

$$y''''(x) + 2y''(x) + y(x) \qquad (1)$$

Если в дифференциальном уравнении неизвестная функция является функцией одной независимой переменной, то оно называется **обыкновенным** дифференциальным уравнением.

# Порядок ДУ

Максимальный порядок производной неизвестной функции, входящей в дифференциальное уравнение, называется **порядком дифференциального уравнения**.

$$y''(x) = 2y(x) + 1 \quad (2)$$

$$y''''(x) + 2y''(x) + y(x) \quad (3)$$

# Линейное ДУ

Дифференциальное уравнение *n*-го порядка называется линейным, если неизвестная функция и все ее производные входят в него в первой степени.

$$y'' - \sin x\, y' + (\cos x)\, y = \operatorname{tg} x \qquad (4)$$

$$y''' - y' = 0 \qquad (5)$$

---

$$\sin y' - \cos y = \operatorname{ctg} x \qquad (6)$$

$$(y^{\mathrm{IV}})^2 - 3y''' + y = 1 \qquad (7)$$

# Решение ДУ

Решением дифференциального уравнения называется любая функция **y=φ(*x*)**, при подстановке которой в уравнение будет получено тождество.

$$y' - f(x) = 0\,, \qquad (8)$$

$$y' = f(x),$$

$$y = \int f(x)dx + C.$$

Процесс нахождения решения дифференциального уравнения называется интегрированием дифференциального уравнения, график решения называют интегральной кривой.

# Общее решение ДУ

Решение дифференциального уравнения *n*-го порядка, содержащее *n* произвольных постоянных, называется **общим решением** дифференциального уравнения.

$$y'' = 0, \qquad (9)$$

$$y' = C,$$

$$y = C_1 x + C_2.$$

# Частное решение ДУ

Решение, полученное из общего при конкретных значениях произвольных постоянных, называется **частным решением**.

$$y'' + y = 0. \qquad (10)$$

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x \qquad (11)$$

$$y_1 = 3 \cos x - 2 \sin x \qquad (12)$$

# Системы ДУ

Системой дифференциальных уравнений называется совокупность уравнений, в каждое из которых входят независимая переменная, искомые функции и их производные. Всегда предполагается, что число уравнений равно числу неизвестных функций.

$$\begin{cases} f_1(x, y, z, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}) = 0, \\ f_2(x, y, z, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}) = 0. \end{cases} \qquad (15)$$

Решение этой системы дифференциальных уравнений состоит в нахождении функций y = y(x) и ) z = z(x) , удовлетворяющих обоим уравнениям системы.

# Нормальные системы ДУ

Нормальной системой дифференциальных уравнений называется система дифференциальных уравнений первого порядка, разрешённых относительно производной.

$$\begin{cases} y_1' = f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n); \\ y_2' = f(x, y_1, y_2, \ldots, y_n); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n' = f(x, y_1, y_2, \ldots, y_n), \end{cases} \qquad (16)$$

где $x$ – независимая переменная,

$y_1(x),\ y_2(x),\ \ldots.\ ,y_n(x)$ − неизвестные функции.

# ДУ в частных производных

Дифференциальное уравнение в частных производных содержит неизвестные функции нескольких переменных и их частные производные.

$$\frac{\partial}{\partial y}u(x,y)=0\,. \qquad (17)$$

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\ldots=0 \qquad (18)$$

Спасибо за внимание!