

12.2. а) Решите уравнение $\log_5(2-x) = \log_{25} x^4$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$.

Решение

$$\begin{aligned} \text{а) } \log_5(2-x) &= \log_{25} x^4 \\ \log_5(2-x) &= \frac{\log_5 x^4}{\log_5 25} \end{aligned} \cdot 2$$

$$2 \log_5(2-x) = \log_5 x^4$$

$$\log_5(2-x)^2 = \log_5 x^4$$

$$\begin{cases} 2-x \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$(2-x)^2 = x^4 \Rightarrow x^4 - (2-x)^2 = 0$$

$$(x^2 - (2-x))(x^2 + (2-x)) = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 1$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 < 0$$

нет действит. корней

$$\text{б) } \log_9 \frac{1}{82} < -2, \text{ т.к. } \log_9 \frac{1}{81} = -2 \text{ и } \frac{1}{82} < \frac{1}{81}$$

$$\log_9 8 < 1, \text{ т.к. } \log_9 9 = 1 \text{ и } 8 < 9$$

Наконец образом, $x_1 = -2 \in \left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$ и

$$x_2 = 1 \notin \left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$$

Ответ: а) $-2; 1$

б) -2

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_5 25 = 2$$

$$\log_a x^p = p \log_a x$$

$$\log_a x \quad x > 0$$

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

$$x = x^2, y = 2-x$$

$$\approx [-2, 1; 0, 9]$$