▶ 11. а) Решите уравнение $1+\log_2(9x^2+5)=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{8x^4+14}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1;\frac{8}{9}\right]$.

Решение

а) $1+\log_2(9x^2+5)=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{8x^4+14}$

$\log_2 2+\log_2(9x^2+5)=\dfrac{\log_2\sqrt{8x^4+14}}{\log_2\sqrt{2}}$

$\log_2(2(9x^2+5))=2\log_2\sqrt{8x^4+14}$

$\log_2(2(9x^2+5))=\log_2(8x^4+14)$

$2(9x^2+5)=8x^4+14 \quad |:2$

$4x^4+7-9x^2-5=0$

$4x^4-9x^2+2=0$

Замена: $t=x^2\geqslant 0$

$4t^2-9t+2=0$

$D=81-16\cdot 2=49$

$t_{1,2}=\dfrac{9\pm7}{8}$

$t_1=\frac{1}{4}$, $t_2=2$

$x^2=\frac{1}{4}$ $\qquad$ $x^2=2$

$x_{1,2}=\pm\frac{1}{2}$ $\qquad$ $x_{3,4}=\pm\sqrt{2}$

б) Очевидно, что $x_{1,2}=\pm\frac{1}{2}\in\left[-1;\frac{8}{9}\right]$

Т.к. $\sqrt{2}\approx 1{,}4$, то $x_{3,4}=\pm\sqrt{2}\notin\left[-1;\frac{8}{9}\right]$

Ответ: а) $-\sqrt{2}$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; $\sqrt{2}$

б) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$

$\log_a x+\log_a y=\log_a xy$

$\log_2\sqrt{2}=\log_2 2^{\frac{1}{2}}=$

$=\frac{1}{2}\log_2 2=\frac{1}{2}$

любой x

$x^2\geqslant 0$, $x^4\geqslant 0$

$9x^2\geqslant 0$, $~~1~~8x^4\geqslant 0$

$9x^2+5>0$; $8x^4+14>0$