► 12. а) Решите уравнение $\log_2(x^2-5)\cdot\log_3^2(7-x)+3\log_2(x^2-5)-2\log_3^2(7-x)-6=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_2\dfrac{1}{7};\log_2 9\right]$.

Решение

а) $\underbrace{\log_2(x^2-5)\cdot\log_3^2(7-x)+3\log_2(x^2-5)}\ \underbrace{-2\log_3^2(7-x)-6}=0$

$\log_2(x^2-5)\left(\log_3^2(7-x)+3\right)-2\left(\log_3^2(7-x)+3\right)=0$

$\left(\log_3^2(7-x)+3\right)\left(\log_2(x^2-5)-2\right)=0$

$\log_3^2(7-x)+3=0$

$t=\log_3(7-x)$

$t^2+3=0$

нет действ. корней

$7-x>0$

$x<7$

$\log_2(x^2-5)-2=0$

$\log_2(x^2-5)=2$

$x^2-5=4$

$x^2=9$

$x_{1,2}=\pm 3$

б) $\log_2\frac{1}{7}>-3$, т. к. $\log_2\frac{1}{8}=-3$ и $\frac{1}{7}>\frac{1}{8}$

$\log_2 9>3$, т. к. $\log_2 8=3$ и $9>8$

След-но, $x_1=-3\notin\left[\log_2\frac{1}{7};\log_2 9\right]$, а

$x_2=3\in\left[\log_2\frac{1}{7};\log_2 9\right]$

Ответ: а) $-3;\ 3$

б) 3