

13.1. [демо-2023] а) Решить уравнение

$$2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$ .

Решение:

а)  $2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$

$$2 \left( \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} \right) + \cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{3} \cos x + 1$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x - \sqrt{3} \cos x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$$

$$2 \sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

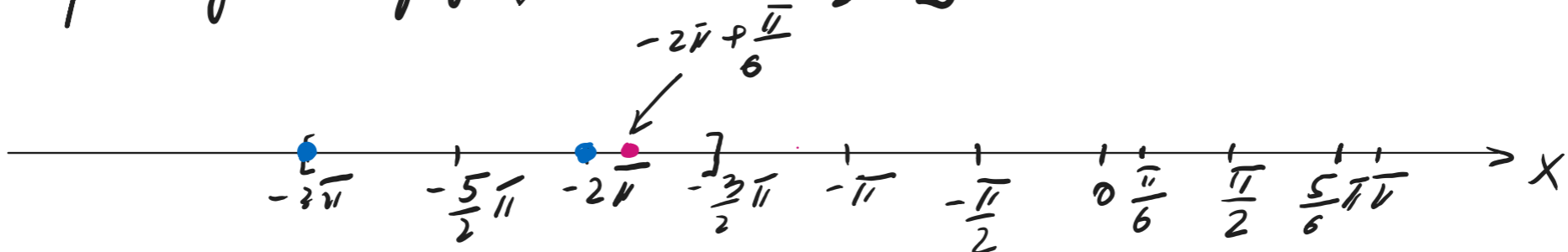
$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

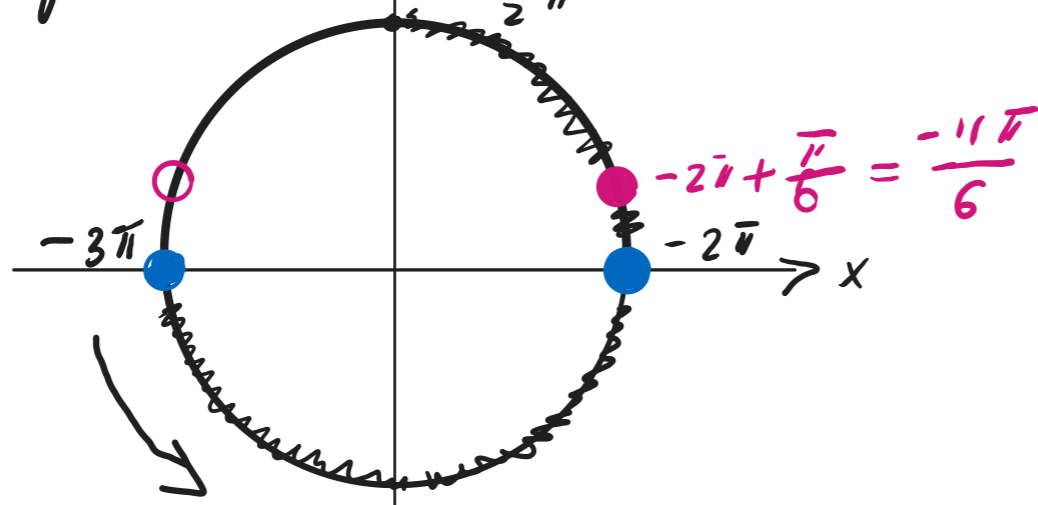
б) **График**

Отобразим на числовой оси решения, принадлежащие отрезку  $\left[ -3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$



**Единица окружность**

Изобразим нужные решения на един. окружн.



**Аналитический способ**

$$-3\pi \leq x \leq -\frac{3\pi}{2}$$

1)  $-3\pi \leq \pi k \leq -\frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad | : \pi$

$$-3 \leq k \leq -\frac{3}{2}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$k = \{-3; -2\}$$

$$x = \{-3\pi; -2\pi\}$$

2)  $-3\pi \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq -\frac{3\pi}{2} \quad | : \pi$

$$-3 \leq \frac{1}{6} + 2k \leq -\frac{3}{2} \quad | -\frac{1}{6}$$

$$-3 - \frac{1}{6} \leq 2k \leq -\frac{3}{2} - \frac{1}{6}$$

$$-\frac{19}{6} \leq 2k \leq -\frac{7}{6} \quad | : 2$$

$$-\frac{19}{12} \leq k \leq -\frac{7}{12}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$k = -1 : x = \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6}$$

3)  $-3\pi \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \leq -\frac{3\pi}{2} \quad | : \frac{1}{2\pi}; -\frac{5}{6}$

$$-\frac{3}{2} - \frac{5}{6} \leq k \leq -\frac{3}{4} - \frac{5}{6}$$

$$-\frac{14}{6} \leq k \leq -\frac{19}{12} \Rightarrow -\frac{7}{3} \leq k \leq -\frac{19}{12}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

нет целочисл. k для  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ , таких

$$x \in \left[ -3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$$

Ответ: а)  $\pi k; k \in \mathbb{Z}$

$$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } \{-2\pi; -3\pi; -\frac{11\pi}{6}\}$$