13.4. [А. Ларин] а) Решить уравнение $\sqrt{\cos 2x - \sin 5x} = -2\cos x$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 4\pi]$.

Решение

а) $\begin{cases} \cos x \le 0 \\ \cos 2x - \sin 5x = 4\cos^2 x \end{cases}$

$\cos 2x - \sin 5x = 4 \cdot \frac{\cos 2x + 1}{2}$

$\cos 2x - \sin 5x - 2\cos 2x = 2 \quad | \cdot (-1)$

$\begin{cases} \cos 2x + \sin 5x = -2 \\ |\cos 2x| \le 1, \quad |\sin 5x| \le 1 \end{cases} \Rightarrow$

$\cos 2x = -1$

$2x = \pi + 2\pi k$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

т.к. $\cos x \le 0$, то

k - нечетные

$\sqrt{f(x)} = g(x)$

$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x =$
$= 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow$
$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$

$\sin 5x = -1$

$\sin\left(5\left(\frac{\pi}{2} + \pi k\right)\right) = -1$, k-неч.

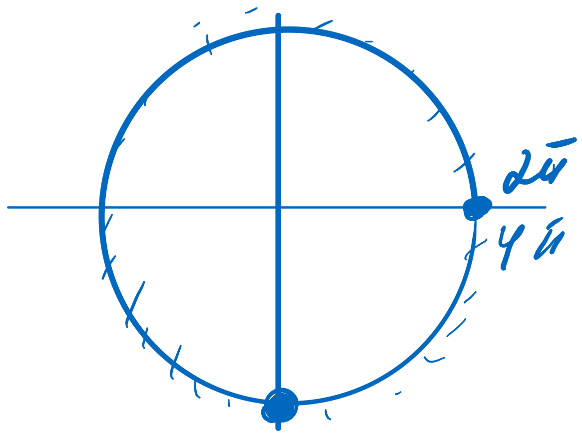
$\sin\left(\frac{5\pi}{2} + 5\pi k\right) = -1$

$\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + 2\pi k + 2\pi k + \pi k\right) = -1$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi k\right) = -1$, k-неч.

верно

б) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, k-неч.



$\frac{7}{2}\pi$