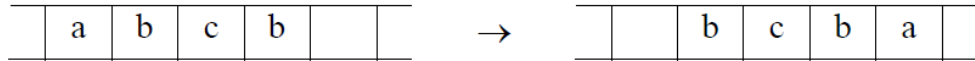


Машина Тьюринга. Продолжение

1) $A = \{a, b, c\}$. Перенести первый символ непустого слова P в его конец.

Например:



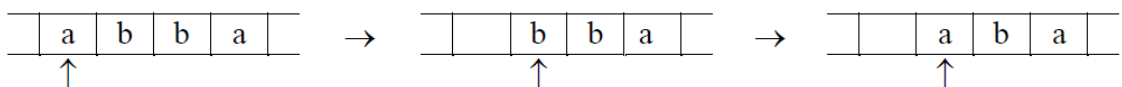
Для решения этой задачи предлагается выполнить следующие действия:

1. Запомнить первый символ слова P , а затем стереть этот символ.
2. Перегнать автомат вправо под первую пустую клетку за P и записать в неё запомненный символ.

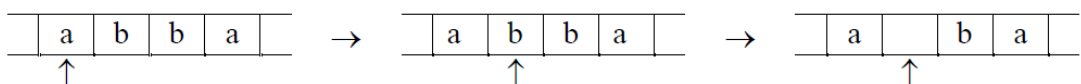
Как «бегать» вправо, мы уже знаем из предыдущего примера. А вот как запомнить первый символ? Ведь в МТ нет другого запоминающего устройства, кроме ленты, а запоминать символ в какой-то клетке на ленте бессмысленно: как только автомат сдвинется влево или вправо от этой клетки, он тут же забудет данный символ. Что делать?

Выход здесь таков – надо использовать разные состояния автомата. Если первый символ – это a , то надо перейти в состояние q_2 , в котором автомат бежит вправо и записывает в конце a . Если же первым был символ b , тогда надо перейти в состояние q_3 , где делается всё то же самое, только в конце записывается символ b . Если же первым был символ c , тогда переходим в состояние q_4 , в котором автомат дописывает за входным словом символ c . Следовательно, то, каким был первый символ, мы фиксируем переводом автомата в разные состояния.

2) $A = \{a, b\}$. Удалить из слова его второй символ, если такой есть.

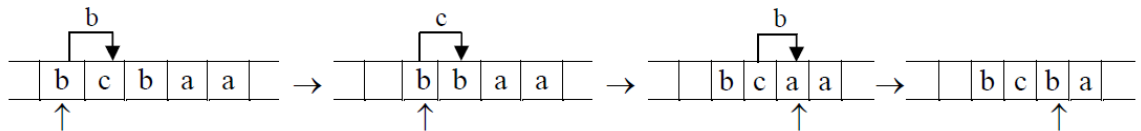


Казалось бы, эту задачу решить просто: надо сдвинуть автомат под клетку со вторым символом и затем очистить эту клетку:

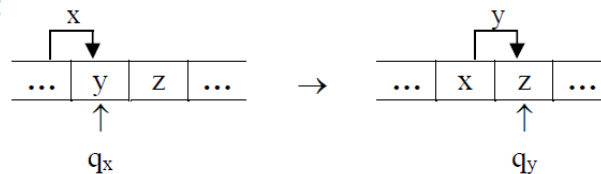


Однако напомним, что внутри выходного слова не должно быть пустых клеток. Поэтому после удаления второго символа надо «сжать» слово, перенеся первый символ на одну клетку вправо. Для этого автомат должен вернуться к первому символу, запомнить его и стереть, а затем, снова сдвинувшись вправо, записать его в клетку, где был второй символ. Однако начальный «поход» вправо ко второму символу, чтобы его стереть, и последующий возврат к первому символу являются лишними действиями: какая разница – переносить первый символ в пустую клетку или в клетку с каким-то символом? Поэтому сразу запоминаем первый символ, стираем его и записываем вместо второго символа:

3) $A = \{a, b, c\}$. Удалить из слова P первое вхождение символа a , если такое есть.



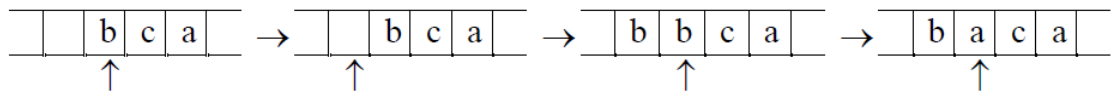
Центральный момент здесь – как перенести символ x из левой клетки в очередную клетку, где находится некоторый символ y , чтобы затем этот символ y можно было перенести в правую клетку? Если через q_x обозначить состояние, в котором в видимую клетку надо записать символ x , находившийся ранее в клетке слева, тогда это действие можно изобразить так:



Для этого предлагается выполнить такт x, R, q_y , в котором объединены следующие три действия: во-первых, в видимую клетку записывается символ x , взятый из клетки слева; во-вторых, автомат сдвигается вправо – под клетку, в которую затем надо будет записать только что заменённый символ y ; в-третьих, автомат переходит в состояние q_y , в котором он и будет выполнять эту запись.

Повторение таких тактов в цикле и приведёт к сдвигу вправо на одну позицию начальных символов входного слова. Этот цикл должен закончиться, когда в очередной клетке окажется символ a или Λ ($y=a$ или $y=\Lambda$), а в начале цикла можно считать, что на место первого символа слева переносится символ «пусто» ($x=\Lambda$). В итоге получается следующая программа для МТ:

4) $A = \{a, b, c\}$. Если P – непустое слово, то за его первым символом вставить символ a .

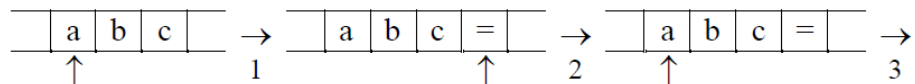


5) $A = \{a, b, c\}$. Вставить в слово P символ a за первым вхождением символа c , если такое есть.

6) $A = \{a, b, c\}$. Удалить из P все вхождения символа a .

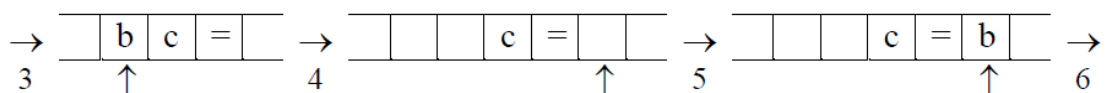
1. Выходное слово будем строить справа от входного. Чтобы разграничить эти слова, отделим их некоторым вспомогательным символом, например знаком =, отличным от всех символов алфавита A (см. шаг 1). (Напомним, что на ленте могут быть записаны не только символы из алфавита входного слова.)

2. После этого возвращаемся к началу входного слова (см. шаг 2).

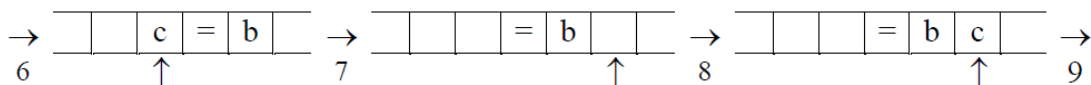


3. Теперь наша задача – перенести в цикле все символы входного слова, кроме a , вправо за знак = в формируемое выходное слово.

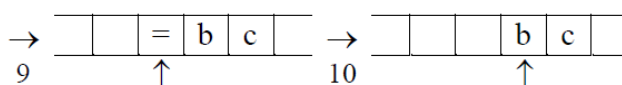
Для этого анализируем первый символ входного слова. Если это a , тогда стираем его и переходим к следующему символу (см. шаг 3). Если же первый символ – это b или c , тогда стираем его и «бежим» вправо до первой пустой клетки (см. шаг 4), куда и записываем этот символ (см. шаг 5).



Снова возвращаемся налево к тому символу, который стал первым во входном слове, и повторяем те же самые действия, но уже по отношению к этому символу (см. шаги 6-9).



4. Этот цикл завершается, когда при возврате налево мы увидим в качестве первого символа знак =. Это признак того, что мы полностью просмотрели входное слово и перенесли все его символы, отличные от a , в формируемое справа выходное слово. Надо этот знак стереть, сдвинуться вправо под выходное слово и остановиться (см. шаг 10).

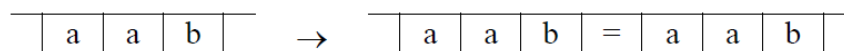


С учётом всего сказанного и строим программу для МТ. При этом отметим, что помимо символов a , b и c в процессе решения задачи на ленте появляется знак =, поэтому в таблице должен быть предусмотрен столбец и для этого знака.

	a	b	c	$=$	Λ	<i>комментарий</i>
q1	,R,	,R,	,R,	\times	$=$, q2	записать справа знак =
q2	,L,	,L,	,L,	,L,	,R, q3	влево к 1-му символу слова
q3	Λ , R,	Λ , R, q4	Λ , R, q5	Λ , R, !	\times	анализ и удаление его, разветвление
q4	,R,	,R,	,R,	,R,	b , q2	запись b справа, возврат налево (в цикл)
q5	,R,	,R,	,R,	,R,	c , q2	запись c справа, возврат налево (в цикл)

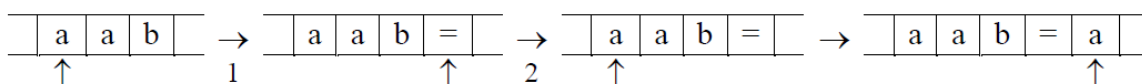
7) $A = \{a, b\}$. Удвоить слово P , поставив между ним и его копией знак =.

Например:



Решение

Эта задача решается аналогично предыдущей: в конец входного слова записываем знак =, затем возвращаемся к началу слова и в цикле все его символы (в том числе и a) копируем в пустые клетки справа:



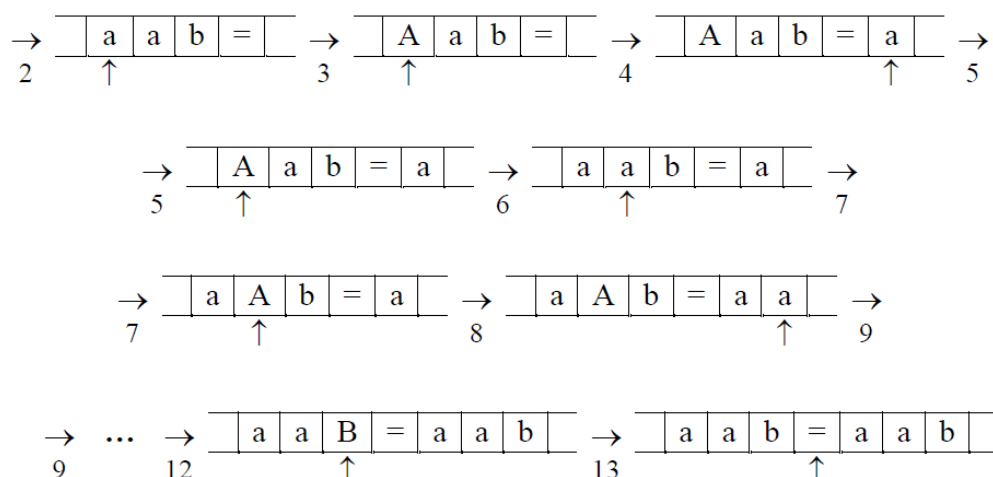
Однако есть и отличие: копируемые символы входного слова не удаляются, и это приводит к следующей проблеме. Записав справа копию очередного символа, мы затем должны вернуться к входному слову в позицию этого символа и потом сдвинуться вправо к следующему символу, чтобы скопировать уже его. Но как узнать, в какую позицию входного слова надо вернуться? Например, откуда мы знаем в нашем примере, что после копирования первого символа a мы должны вернуться именно к первому символу входного слова, а не ко второму или третьему? В предыдущей задаче мы всегда возвращались к первому из оставшихся символов входного слова, а теперь мы сохраняем все символы, поэтому непонятно, какие символы мы уже скопировали, а какие ещё нет. Отметим также, что в МТ ячейки ленты никак не нумеруются, нет в МТ и счетчиков, которые позволили бы определить, сколько символов мы уже скопировали.

В общем виде проблема, с которой мы столкнулись, следующая: как зафиксировать на ленте некоторую позицию, в которой мы уже были и к которой позже должны вернуться? Обычно эта проблема решается так. Когда мы оказываемся в этой позиции в первый раз, то заменяем находящийся в ней символ на его двойник – на новый вспомогательный символ, причем разные символы заменяем на разные двойники, например a на A и b на B . После этого мы выполняем какие-то действия в других местах ленты. Чтобы затем вернуться к нашей позиции, надо просто отыскать на ленте ту клетку, где находится символ A или B . Затем в данной клетке можно восстановить прежний символ, если нам больше не надо фиксировать эту позицию (именно для восстановления прежнего символа и надо было заменять разные символы на разные двойники).

Воспользуемся этим приёмом в нашей задаче, выполняя следующие действия:

1. Как уже сказано, вначале записываем знак $=$ за входным словом (см. шаг 1 выше).
2. Затем возвращаемся под первый символ входного слова (см. шаг 2 выше).
3. Далее заменяем видимый символ a на двойник A (см. шаг 3 ниже), «бежим» вправо до первой свободной клетки и записываем в неё символ a (см. шаг 4). После этого возвращаемся влево к клетке с двойником A (см.

шаг 5), восстанавливаем прежний символ a и сдвигаемся вправо к следующему символу (см. шаг 6).



Теперь аналогичным образом копируем второй символ (заменяем его на A , в конец дописываем a и т.д.) и все последующие символы входного слова.

4. Когда мы скопируем последний символ входного слова и вернёмся к его двойнику (после шага 12), то затем после сдвига на одну позицию вправо мы попадём на знак $=$ (шаг 13). Это сигнал о том, что входное слово полностью скопировано, поэтому работу МТ надо завершать.

С учётом всего сказанного получаем следующую программу для МТ:

	a	b	=	A	B	Λ	комментарий
q1	,R,	,R,	×	×	×	=,L,q2	поставить = справа от слова
q2	,L,	,L,	×	×	×	,R,q3	налево под 1-й символ
q3	A,R,q4	B,R,q5	,,!	×	×	×	анализ и замена очередного символа
q4	,R,	,R,	,R,	×	×	a, q6	запись a справа
q5	,R,	,R,	,R,	×	×	b, q6	запись b справа
q6	,L,	,L,	,L,	a,R,q3	b,R,q3	×	возврат, восстановление, к след. символу