

---

### Производные степенных функций

Производная функции  $f(x)$  обозначается  $f'(x)$ .

**Запомнить:**

$$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}, \quad C' = 0, \quad C \equiv \text{const}$$

Отсюда получаются равенства для некоторых элементарных функций:

$$x' = 1, \quad (x^2)' = 2x, \quad (x^3)' = 3x^2, \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, \quad \left(\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{2}{x^3}, \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$


---

### Производные показательных функций

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a, \quad (e^x)' = e^x$$


---

### Производные логарифмических функций

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$


---

### Производные тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x$$


---

### Производные сложных функций

Допустим есть две функции  $f(x)$  и  $g(x)$ . Тогда

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x), \quad (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x),$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}, \quad (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Отсюда получаются равенства для некоторых элементарных функций:

$$(Cx)' = C, \quad \left(\frac{C}{x}\right)' = -\frac{C}{x^2}, \quad (ax+b)' = a, \quad (ax^2+bx+c)' = 2ax+b, \quad ((ax+b)^3)' = 3a(ax+b)^2.$$


---

### Уравнение касательной — геометрический смысл производной

Пусть имеется функция  $y = f(x)$ . Уравнение касательной линии к этой функции в точке  $(x_0, y_0)$  имеет вид

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$


---

### Физический смысл производной

Пусть  $S(x)$  задаёт путь движения точки  $x$ . Тогда скорость движения точки  $x$  равна  $v(x) = S'(x)$ , а ускорение —  $a(x) = S''(x)$ .