

Лабораторная работа 6 Решение нелинейных систем и уравнений.  
Интегрирование и дифференцирование. Приложения.

**Все методы, которые поддерживаются в MatLab, связанные с символьным ядром вы можете идентифицировать командой:**

**>>methods(sym)**

**Используем функции: *fplot, fzero, fsolve, roots, diff, trap, quad, integral***

Если обнаружили опечатки, пишите оперативно мне на корпоративную почту [nvkurbatova@sfsedu.ru](mailto:nvkurbatova@sfsedu.ru)

**Подгруппа 1:**

**Задание 1.**

Найдите все точки пересечения двух линий  $y=\sin(\exp(x))$  и  $g=0.6x^2-0.5$ , отметьте эти точки на графике (маркер замкнутой формы, залейте цветом и выберите размер, по своему усмотрению), а также напишите их координаты в заголовке в виде,  $A(x_1,y_1)$ ,  $B(x_2,y_2)$ ;  $x_i,y_i$  – числовые значения координат точек, сократите число знаков после запятой до двух; А и В поместите в осях около точек пересечения кривых с помощью `gtext`.

**Задание 2.**

Найдите все точки пересечения двух линий  $y= x \cdot \sin(8x)$  и  $g= x^5-x+0.5$  на отрезке  $[-1,1]$ , предварительно определив абсциссы этих точек как корни функции  $f= x \cdot \sin(8x) - (x^5-x+0.5)$ . Отметьте точки пересечения линий на графике маркером треугольной формы, а также подпишите *адресно* их координаты функцией `text`.

**Задание 3.**

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y = x \cdot \sin(x) \\ y = 1 - x^2 \end{cases}.$$

Проверьте точность решения. Представьте графическую интерпретацию решения.

---

Замечание. В Matlab полином может быть представлен символьным выражением, строкой. Однако некоторые операции с полиномами основываются на таком векторном представлении полинома  $P=[a(n), a(n-1), \dots, a(1), a0]$ , например, функция `polyval(P,X)` вычисляет значение полинома в точке X, функция `roots ([a(n), a(n-1), ..., a(1), a0])` – численно находит корни полинома (многочлена), функция `poly([x1, x2, ..., xk ])` вычисляет по заданным корням полинома  $[x1, x2, \dots, xk ]$  его коэффициенты, тем самым определяя вид полинома  $g(x)=a(n)x^k + a(n-1)x^{k-1} + a(1)x + a0$  см. *Help*

*Используйте функции `roots, poly, polyval`*

#### **Задание 4.**

Найдите все корни полинома пятого порядка  $p(x)=x^5 + x^2-10x-4.5$ , постройте по корням полином, проверьте совпадение с исходным.

Подпишите полученные вещественные корни на графике  $p(x)$ , выделив их размером и формой маркера, определите, точность, с которой они найдены.

#### **Задание 5.**

Найдите вид полинома пятого порядка, если известны его корни: 1 - кратности 2; а также простые корни: 3, 7, 9. Постройте график функции полученного полинома, снабдите поясняющей информацией.

#### **Задание 6.**

Постройте двумя способами график функции  $y=\sin(x)$  для  $x=-2\pi:0.1:2\pi$ , а также графики функций её первой и второй производных в одних осях, снабдите легендой. Первый способ – численного дифференцирования, второй - символьного.

#### **Задание 7.**

Найдите локальные максимумы функции  $y=\exp(\sin(x^3))$  на отрезке  $[-2,2]$ . Определите производную  $g(x)=y'(x)$  на этом же отрезке, постройте обе функции в одном окне, снабдите легендой.

#### **Задание 8.**

Численно определите площадь под частью кривой  $y=\exp(-x)\cdot\sin(x)-(x-2)$ , определенной на отрезке  $[-2,2]$ , которая расположена выше оси абсцисс и пересекает её. Для вычисления интеграла используйте формулу трапеций  $trapz(x,y)$ . Определите такой шаг разбиения, при котором точность вычисления не превосходит **1.e-6**. Отметьте на графике и надпишите пределы интегрирования, залейте искомую площадь. Сделайте заголовок у figure:  $S = \int_a^b y(x) dx$  (используйте нотацию LaTeX)

#### **Задание 9.**

Вычислите определенный интеграл от функции  $y=x\cdot\sin(8x)-(x^5-x+0.5)$  с пределами интегрирования  $-0.6, 0.6$  численно и с помощью команды  $int$  символьного ядра; добейтесь совпадения результатов с точностью  $0.1e-4$ .

#### **Задание 10.**

Найдите площадь, заключенную между линиями  $y=\exp(\sin(x))$  и  $y=-x^2+8$ . Залейте замкнутую область цветом *magenta*, отметьте на графике точки пересечения и их значения.

Замечание. В символьном ядре *Sym(bolic)* аналогично *Maple* работают функции: *subs, simplify, factor, collect, expand, taylor*, функции суммирования и произведения членов ряда *sumsum, sumprod*.

## Подгруппа 2:

### Задание 1.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y = \cos(\exp(x))$ ;  $g = -x^2 + 4$ , отметьте эти точки на графике (стиль маркера и размер выберите самостоятельно), а также подпишите их координаты функцией `text`, сократив число знаков после запятой до двух.

### Задание 2.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y = \sin(2x)$ ;  $g = -x^2 + 3$  на отрезке  $[-2, 2]$ , предварительно определите абсциссы этих точек как корни функции  $f = \sin(2x) + (x^2 - 3)$ . Отметьте точки пересечения линий на графике замкнутым маркером, залейте маркер цветом `[0.3 0.2 0.6]`, а также подпишите *адресно* их координаты функцией `text`.

### Задание 3.

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y = \sin(\exp(x)) \\ y = -2 + x^2 \end{cases}$$

Проверьте точность решения. Представьте графическую интерпретацию решения.

---

Замечание. В Matlab полином может быть представлен символьным выражением, строкой. Однако некоторые операции с полиномами основываются на таком векторном представлении полинома  $P = [a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)]$ , например, функция `polyval(P,X)` вычисляет значение полинома в точке X, функция `roots([a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)])` – численно находит корни полинома (многочлена), функция `poly([x1, x2, \dots, xk])` вычисляет по заданным корням полинома  $[x1, x2, \dots, xk]$  его коэффициенты, тем самым определяя вид полинома  $g(x) = a(n)x^k + a(n-1)x^{k-1} + a(1)x + a(0)$  см. *Help*

*Используйте функции `roots`, `poly`, `polyval`*

### Задание 4.

Найдите все корни полинома четвертого порядка  $p(x) = x^4 + x^2 - 10x - 1.5$ , постройте по корням полином, проверьте совпадение с исходным. Подпишите полученные вещественные корни на графике  $p(x)$ , выделив их размером и формой маркера, определите, точность, с которой они найдены.

### Задание 5.

Найдите вид полинома четвертого порядка, если известны его корни: 2-кратности 2; а также простые корни: 3 и 5. Постройте график функции полученного полинома на отрезке  $[-7, 7]$ , снабдите поясняющей информацией.

### Задание 6.

Постройте двумя способами график функции  $y=x \cdot \sin^2(x)$  для  $x=-2\pi:0.1:2\pi$ , а также графики функций её первой и второй производных в одних осях, снабдите легендой. Первый способ – численного дифференцирования, второй – символического.

### Задание 7.

Найдите локальные максимумы функции  $y=x \cdot \sin^2(x)$  для  $x=-2\pi:0.1:2\pi$ , Определите производную  $g(x)=y''(x)$  на этом же отрезке, постройте обе функции в одном окне, снабдите легендой.

### Задание 8.

Численно определите площадь под частью кривой  $y=(1+x^2) \cdot \sin(x) + (x^2-3)$ , определенной на отрезке  $[0,5]$ , которая расположена выше оси абсцисс и пересекает её. Для вычисления интеграла используйте формулу трапеций  $trapz(x,y)$ . Определите такой шаг разбиения, при котором точность вычисления не превосходит  $1.e-6$ . Отметьте на графике и надпишите пределы интегрирования, залейте искомую площадь. Сделайте заголовок у figure:  $S = \int_a^b y(x) dx$  (используйте нотацию LaTeX).

### Задание 9.

Вычислите определенный интеграл от функции  $y= x \sin(x)$  с пределами интегрирования  $-1, 8$  численно и с помощью команды *int* символического ядра; добейтесь совпадения результатов с точностью  $0.1e-4$ .

### Задание 10.

Найдите площадь, заключенную между кривыми  $y= \sin(x) \cdot (1+x^2)$  и  $g=x^2-3$  с точками пересечения на отрезке  $[-7, -3]$ . Залейте замкнутую область цветом *cyan*, отметьте на графике точки пересечения и их значения.

Замечание. В символическом ядре *Sym(bolic)* аналогично *Maple* работают функции: *subs*, *simplify*, *factor*, *collect*, *expand*, *taylor*, функции суммирования и произведения членов ряда *sumsum*, *sumprod*.

### Подгруппа 3:

#### Задание 1.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y = \sin(x) \cdot (1 + x^2)$  и  $g = x^2 - 3$  на отрезке  $[-2\pi, 4]$  отметьте эти точки на графике (стиль маркера и размер выберите самостоятельно), а также подпишите их координаты функцией `text`, сократив число знаков после запятой до двух.

#### Задание 2.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y = \sin(2x)$ ;  $g = -x^2 + 3$  на отрезке  $[-2\pi, 4]$ , предварительно определите абсциссы этих точек как корни функции  $f = \sin(2x) + (x^2 - 3)$ . Отметьте точки пересечения линий на графике замкнутым маркером, залейте маркер цветом `[0.2 0.0 0.8]`, а также подпишите *адресно* их координаты функцией `gtext`.

#### Задание 3.

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y = -x \sin(2x) \\ y = 2 - x^2 \end{cases}$$

Проверьте точность решения. Представьте графическую интерпретацию решения.

---

Замечание. В Matlab полином может быть представлен символьным выражением, строкой. Однако некоторые операции с полиномами основываются на таком векторном представлении полинома  $P = [a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)]$ , например, функция `polyval(P,X)` вычисляет значение полинома в точке X, функция `roots([a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)])` – численно находит корни полинома (многочлена), функция `poly([x1, x2, \dots, xk])` вычисляет по заданным корням полинома  $[x1, x2, \dots, xk]$  его коэффициенты, тем самым определяя вид полинома  $g(x) = a(n)x^k + a(n-1)x^{k-1} + a(1)x + a(0)$  см. *Help*

*Используйте функции `roots`, `poly`, `polyval`*

#### Задание 4.

Найдите все корни полинома 6-го порядка  $p(x) = x^6 + x^3 - x^2 - 3x - 1.5$ , постройте по корням полином, проверьте совпадение с исходным.

Подпишите полученные вещественные корни на графике  $p(x)$ , выделив их размером и формой маркера.

#### Задание 5.

Найдите вид полинома 6-го порядка, если известны его корни: 1 - кратности 2; а также простые корни: 2, 3, 5 и 7. Постройте график функции полученного полинома, выберите репрезентативный отрезок, снабдите поясняющей информацией.

### Задание 6.

Постройте двумя способами график функции  $y = -x \cdot \sin(2x)$  для  $x = -2:0.1:2$ , а также графики функций её первой и второй производных в одних, снабдите легендой. Первый способ – численного дифференцирования, второй – символьного.

### Задание 7.

Найдите локальные минимумы функции  $y = -x \cdot \sin(2x)$  для  $x = -2:0.1:2$ . Определите производную  $g(x) = y''(x)$  на этом же отрезке, постройте обе функции в одном окне, снабдите легендой.

### Задание 8.

Численно определите площадь под частью кривой  $y = x \cdot \sin(2x)$ , определенной на отрезке  $[-2, 0.5]$ , которая расположена выше оси абсцисс и пересекает её. Для вычисления интеграла используйте формулу трапеций  $trapz(x,y)$ . Определите такой шаг разбиения, при котором точность вычисления не превосходит  $1 \cdot 10^{-6}$ . Отметьте на графике, надпишите пределы интегрирования и залейте искомую площадь. Сделайте заголовок:  $S = \int_a^b y(x) dx$  (используйте нотацию LaTeX).

### Задание 9.

Вычислите определенный интеграл от функции  $y = \sqrt{x^2 - 1}$  с пределами интегрирования 1 и 3 *численно* и с помощью команды *int* символьного ядра; добейтесь совпадения результатов с точностью  $0.1 \cdot 10^{-4}$ .

### Задание 10.

Найдите площадь, заключенную между линиями  $y = \sqrt{x^2 - 9}$  и  $g = 2.5 \cdot x - 7.5$  с точками пересечения на отрезке  $[3, 5]$ . Залейте замкнутую область цветом *green*, отметьте на графике точки пересечения и их значения.

Замечание. В символьном ядре *Sym(bolic)* аналогично *Maple* работают функции: *subs*, *simplify*, *factor*, *collect*, *expand*, *taylor*, функции суммирования и произведения членов ряда *sumsum*, *sumprod*.

## Подгруппа 4:

### Задание 1.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y=6 \sin(x) / (1+x^2)$  и  $g=x^2$  на отрезке  $[-2,2]$ , отметьте эти точки на графике (стиль маркера и размер выберите самостоятельно), а также подпишите их координаты функцией `gtext`, сократив число знаков после запятой до двух.

### Задание 2.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y= \sin(\exp(x))$ ;  $g=-x^2+3$  на отрезке  $[-3,2]$ , предварительно определите абсциссы этих точек как корни функции  $f= \sin(\exp(x))+(x^2-3)$ . Отметьте точки пересечения линий на графике замкнутым маркером, залейте маркер цветом `[0.2 0.8 0]`, а также подпишите *адресно* их координаты функцией `text`.

### Задание 3.

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y = 6 \sin(x)/(1+x^2) \\ y = 0.6 x^2 \end{cases}.$$

Проверьте точность решения. Представьте графическую интерпретацию решения.

---

Замечание. В Matlab полином может быть представлен символьным выражением, строкой. Однако некоторые операции с полиномами основываются на таком векторном представлении полинома  $P=[a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)]$ , например, функция `polyval(P,X)` вычисляет значение полинома в точке  $X$ , функция `roots([a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)])` – численно находит корни полинома (многочлена), функция `poly([x1, x2, \dots, xk])` вычисляет по заданным корням полинома  $[x1, x2, \dots, xk]$  его коэффициенты, тем самым определяя вид полинома  $g(x)=a(n)x^k + a(n-1)x^{k-1} + a(1)x + a(0)$  см. *Help*

*Используйте функции `roots`, `poly`, `polyval`*

### Задание 4.

Найдите все корни полинома 6-го порядка  $p(x)= 2x^6 -x^5 + 2x^4 + x^3 -x^2 -3x -12$ , постройте по корням полином, проверьте совпадение с исходным.

Подпишите полученные вещественные корни на графике  $p(x)$ , выделив их размером и формой маркера, определите, точность, с которой они найдены.

### Задание 5.

Найдите вид полинома 6-го порядка, если известны его корни: 1 - кратности 4; а также простые корни: 3 и 5. Постройте график функции полученного полинома, выберите репрезентативный отрезок, снабдите поясняющей информацией.

### Задание 6.

Постройте двумя способами график функции  $y=(x+3)\cdot\sin(2x)$  для  $x=-2:0.1:1$ , а также графики функций её первой и второй производных в одних осях, снабдите легендой. Первый способ – численного дифференцирования, второй – символьного.

### Задание 7.

Найдите локальный минимум функции  $y=(x+3)\cdot\sin(2x)$  для  $x=-2:0.1:1$ . Определите производную  $g(x)=y''(x)$  на этом же отрезке, постройте обе функции в одном окне, снабдите легендой.

### Задание 8.

Численно определите площадь под частью кривой  $y=-x\cdot\sin(2x)$ , определенной на отрезке  $[-2,0.5]$ , которая расположена выше оси абсцисс и пересекает её. Для вычисления интеграла используйте формулу трапеций  $trapz(x,y)$ . Определите такой шаг разбиения, при котором точность вычисления не превосходит  $1.e-6$ . Отметьте на графике и надпишите пределы интегрирования, залейте искомую площадь. Сделайте заголовок у figure:  $S = \int_a^b y(x) dx$  (используйте нотацию LaTeX).

### Задание 9.

Вычислите определенный интеграл от функции  $y=\sin(x)x^2$  с пределами интегрирования 0 и 1.5 *численно*, а также с помощью команды *int* символьного ядра; добейтесь совпадения результатов с точностью  $0.1e-4$ .

### Задание 10.

Найдите площадь, заключенную между линиями  $y=-x^2$  и  $g=x-2$  с точками пересечения на отрезке  $[-2, 2.5]$ . Залейте замкнутую область цветом  $[0.5\ 0\ 0.5]$ , отметьте на графике точки пересечения и их значения.

*Замечание.* В символьном ядре *Sym(bolic)* аналогично *Maple* работают функции: *subs*, *simplify*, *factor*, *collect*, *expand*, *taylor*, функции суммирования и произведения членов ряда *sumsum*, *sumprod*.



## Подгруппа 5:

### Задание 1.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y=1+\sin(x/4)$  и  $g=x^2$  на отрезке  $[-1.5,1.5]$ , отметьте эти точки на графике (стиль маркера и размер выберите самостоятельно), а также подпишите их координаты функцией `gtext`, сократив число знаков после запятой до одного.

### Задание 2.

Найдите все точки пересечения двух линий  $y=1+\sin(2x)$ ;  $g=-x^2+3$  на отрезке  $[-2,2]$ , предварительно определите абсциссы этих точек как корни функции  $f=1+\sin(2x)+(x^2-3)$ . Отметьте точки пересечения линий на графике замкнутым маркером, залейте маркер цветом  $[0.6\ 0.4\ 0]$ , а также подпишите *адресно* их координаты функцией `text`.

### Задание 3.

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} y = 6 \sin(x)/(1 + x^2) \\ y = -x^2 + 2 \end{cases}.$$

Проверьте точность решения. Представьте графическую интерпретацию решения.

---

Замечание. В Matlab полином может быть представлен символьным выражением, строкой. Однако некоторые операции с полиномами основываются на таком векторном представлении полинома  $P=[a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)]$ , например, функция `polyval(P,X)` вычисляет значение полинома в точке X, функция `roots([a(n), a(n-1), \dots, a(1), a(0)])` – численно находит корни полинома (многочлена), функция `poly([x1, x2, \dots, xk])` вычисляет по заданным корням полинома  $[x1, x2, \dots, xk]$  его коэффициенты, тем самым определяя вид полинома  $g(x)=a(n)x^k + a(n-1)x^{k-1} + a(1)x + a(0)$  см. *Help*

*Используйте функции `roots`, `poly`, `polyval`*

### Задание 4.

Найдите все корни полинома 4-го порядка  $p(x)=2x^4 - x^3 + x^2 - 12$ , постройте по корням полином, проверьте совпадение с исходным.

Подпишите полученные вещественные корни на графике  $p(x)$ , выделив их размером и формой маркера, определите, точность, с которой они найдены.

### Задание 5.

Найдите вид полинома 5-го порядка, если известны его корни:  $3/2$  - кратности 2; а также простые корни: 3, 7 и 11. Постройте график функции полученного полинома, выберите репрезентативный отрезок, снабдите поясняющей информацией.

### Задание 6.

Постройте двумя способами график функции  $y=(x+3) \cdot \sin(2x)$  для  $x=-2:0.1:2$ , а также графики функций её первой и второй производных в одних осях, снабдите легендой. Первый способ – численного дифференцирования, второй – символьного.

### Задание 7.

Найдите локальный максимум функции  $y=(x+3) \cdot \sin(2x)$  для  $x=-2:0.1:2$ . Определите производную  $g(x)=y'(x)$  на этом же отрезке, постройте обе функции в одном окне, снабдите легендой.

### Задание 8.

Численно определите площадь под частью кривой  $y=(x+3) \cdot \sin(2x)$ , определенной на отрезке  $[-2,0.5]$ , которая расположена выше оси абсцисс и пересекает её. Для вычисления интеграла используйте формулу трапеций  $trapz(x,y)$ . Определите такой шаг разбиения, при котором точность вычисления не превосходит  $1.e-6$ . Отметьте на графике и надпишите пределы интегрирования, залейте искомую площадь. Сделайте заголовок  $S = \int_a^b y(x) dx$  (используйте нотацию LaTeX).

### Задание 9.

Вычислите определенный интеграл от функции  $y=x^2 \sin(x)$  с пределами интегрирования 0 и 1.5 *численно* и с помощью команды *int* символьного ядра; добейтесь совпадения результатов с точностью  $0.1e-4$ .

### Задание 10.

Найдите площадь, заключенную между линиями  $y=-x^2$  и  $g=x-2$  с точками пересечения на отрезке  $[-2, 2.5]$ . Залейте замкнутую область цветом magenta, отметьте на графике точки пересечения и их значения.

*Замечание.* В символьном ядре *Sym(bolic)* аналогично *Maple* работают функции: *subs*, *simplify*, *factor*, *collect*, *expand*, *taylor*, функции суммирования и произведения членов ряда *sumsum*, *sumprod*.