

## Повторение пройденных тем

## Планиметрия

- 1.1. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 4\sqrt{5}$ ,  $BC = 4$ . Найдите  $\operatorname{tg} A$ .
- 1.2. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.
- 1.3. В треугольнике  $ABC$ ,  $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 7,  $AB = 48$ . Найдите  $\sin A$ .
- 1.4. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 20. Найдите площадь этого треугольника.
- 1.5. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , внешний угол при вершине  $B$  равен  $102^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.
- 1.6. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $30^\circ$ , угол  $B$  равен  $86^\circ$ ,  $CD$  — биссектриса внешнего угла при вершине  $C$ , причем точка  $D$  лежит на прямой  $AB$ . На продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  выбрана такая точка  $E$ , что  $CE = CB$ . Найдите угол  $BDE$ . Ответ дайте в градусах.
- 1.7. Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна 3.
- 1.8. Периметр прямоугольника равен 28, а диагональ равна 10. Найдите площадь этого прямоугольника.
- 1.9. Один угол параллелограмма больше другого на  $70^\circ$ . Найдите больший угол. Ответ дайте в градусах.
- 1.10. Найдите большую диагональ ромба, сторона которого равна  $\sqrt{3}$ , а острый угол равен  $60^\circ$ .
- 1.11. Основания прямоугольной трапеции равны 12 и 4. Ее площадь равна 64. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.
- 1.12. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.
- 1.13. Дуга окружности  $AC$ , не содержащая точки  $B$ , имеет градусную меру  $200^\circ$ , а дуга окружности  $BC$ , не содержащая точки  $A$ , имеет градусную меру  $80^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.
- 1.14.  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $38^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.
- 1.15. Через концы  $A$ ,  $B$  дуги окружности в  $62^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.
- 1.16. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.
- 1.17. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $110^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $70^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.

---

<sup>1</sup>Преподаватель Т. Ф. Долгих, кафедра ВМ и МФ, ИММ и КН им. И. И. Воровича ЮФУ.

### Векторы

- 2.1. Даны векторы  $\vec{a}(-2; 4)$ ,  $\vec{b}(3; -1)$ ,  $\vec{c}(11; 2)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .
- 2.2. Даны точки  $A(-2; 1)$ ,  $B(1; 5)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CB}$ , если  $BC = 7$ ,  $\angle CBA = 120^\circ$ .

### Стереометрия

- 3.1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $B_1 D_1$ . Ответ дайте в градусах.
- 3.2. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, B_1, C_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 5$ ,  $AD = 3$ ,  $AA_1 = 4$ .
- 3.3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 5. Объём призмы равен 30. Найдите её боковое ребро.
- 3.4. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 2, боковое ребро равно 4. Найдите объём пирамиды.
- 3.5. Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на  $\pi$ .
- 3.6. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшить в 1,5 раза, а образующая останется прежней?

### Классическое определение вероятности

- 4.1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет все три раза.
- 4.2. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора Майера окажется запланированным на последний день конференции?
- 4.3. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.
- 4.4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
- 4.5. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся Олег верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что Олег верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что Олег верно решит ровно 11 задач.
- 4.6. Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта различны?

*Вероятности сложных событий*

- 5.1. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 65% этих стекол, вторая — 35%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
- 5.2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
- 5.3. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
- 5.4. Симметричную монету бросают 17 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 8 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 7 орлов»?
- 5.5. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары; проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определён жребием. Всего в турнире участвует 16 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга — Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре придётся сыграть друг с другом?

*Простейшие уравнения*

- 6.1. Решите уравнение  $(x - 1)^2 = (x + 6)^2$ .
- 6.2. Найдите решение уравнения  $\frac{x + 5}{7x + 11} = \frac{x + 5}{6x + 1}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.
- 6.3. Найдите корень уравнения  $\sqrt{x + 2} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.
- 6.4. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 81^x$ .
- 6.5. Решите уравнение  $2^{3-4x} = 0,16 \cdot 5^{3-4x}$ .
- 6.6. Найдите корень уравнения  $\log_5(4 + x) = 2$ .
- 6.7. Найдите корень уравнения  $\lg(3 - x) = \lg 2$ .
- 6.8. Решите уравнение  $\log_{x+6} 32 = 5$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
- 6.9. Найдите корень уравнения  $3^{\log_9(5x-5)} = 5$ .

6.10. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+2)}{3} = -\sqrt{3}$ . В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

6.11. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

### Вычисления и преобразования

7.1. Найдите значение выражения  $\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x$ .

7.2. Найдите значение выражения  $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$ .

7.3. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$ .

7.4. Найдите значение выражения  $21^{0,6} \cdot 7^{1,4} : 3^{-0,4}$ .

7.5. Найдите значение выражения  $\frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$  при  $a > 0$ .

7.6. Найдите значение выражения  $9^{\log_3 4}$ .

7.7. Найдите значение выражения  $(\log_5 125) \cdot (\log_4 16)$ .

7.8. Найдите значение выражения  $(1 - \log_2 12) \cdot (1 - \log_6 12)$ .

7.9. Найдите значение выражения  $-47 \cos 2\alpha$  при  $\cos \alpha = -0,4$ .

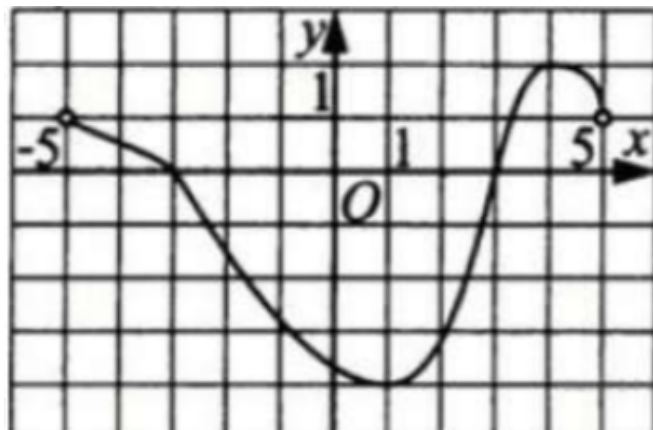
7.10. Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$ .

### Производная и первообразная

8.1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 5t - 19$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 4 м/с?

8.2. Прямая  $y = 8x + 2$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 + 18$ . Найдите  $a$ .

8.3. Функция  $y = f(x)$  определена и непрерывна на отрезке  $[-5; 5]$ . На рисунке изображён график её производной. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция принимает наименьшее значение, если  $f(5) \geq f(-5)$ .



Задачи с прикладным содержанием

9.1. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 57$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 12$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.

9.2. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в км, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 км?

9.3. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = \text{const}$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него  $k = 5/3$ ) из начального состояния, в котором  $\text{const} = 10^5$  Па · м<sup>5</sup>, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем  $V$  может занимать газ при давлениях  $p$  не ниже  $3,2 \cdot 10^6$  Па? Ответ выразите в кубических метрах.

9.4. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 2 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 16$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 0,7$  — постоянная. Определите (в кВ), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с?

9.5. Антенна датчика ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Текстовые задачи

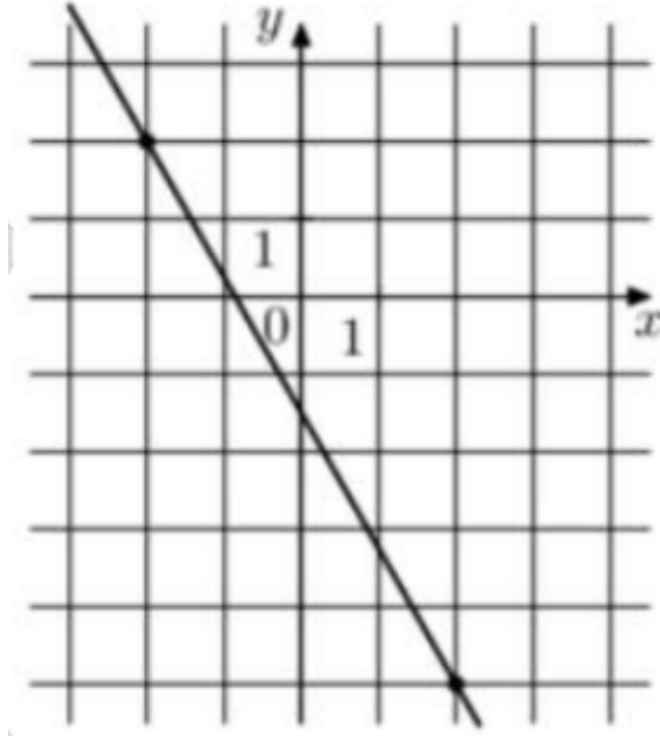
10.1. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

10.2. Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в  $B$  на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в  $A$ , а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из  $B$  в  $A$  велосипедист?

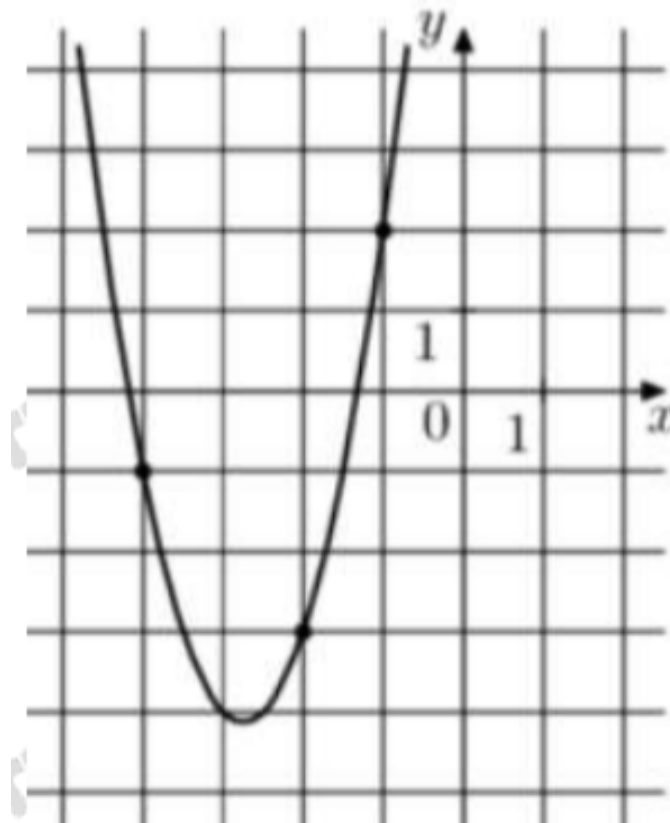
- 10.3. Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 150 км. Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе  $C$  и повернул обратно. Когда он вернулся в  $A$ , автомобиль прибыл в  $B$ . Найдите расстояние от  $A$  до  $C$ . Ответ дайте в километрах.
- 10.4. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
- 10.5. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
- 10.6. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?
- 10.7. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?
- 10.8. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?
- 10.9. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?
- 10.10. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?
- 10.11. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1 000 000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.
- 10.12. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
- 10.13. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
- 10.14. Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.
-

## Графики функций

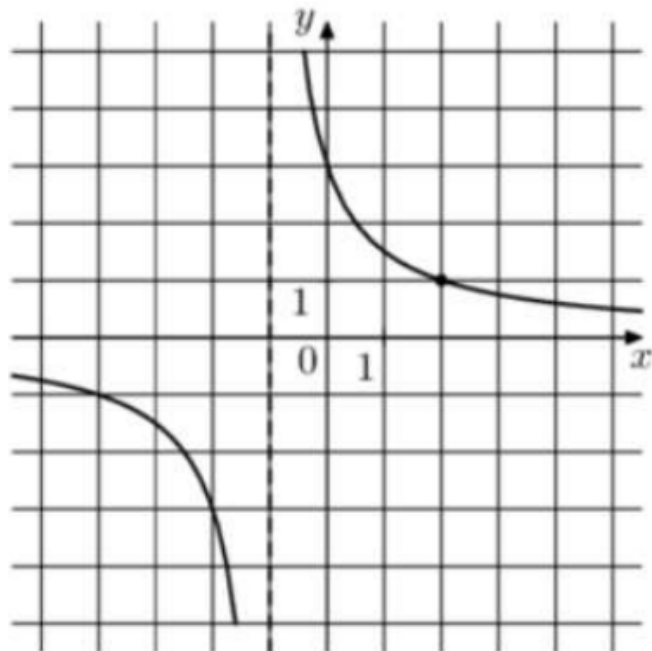
11.1. На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(-16)$ .



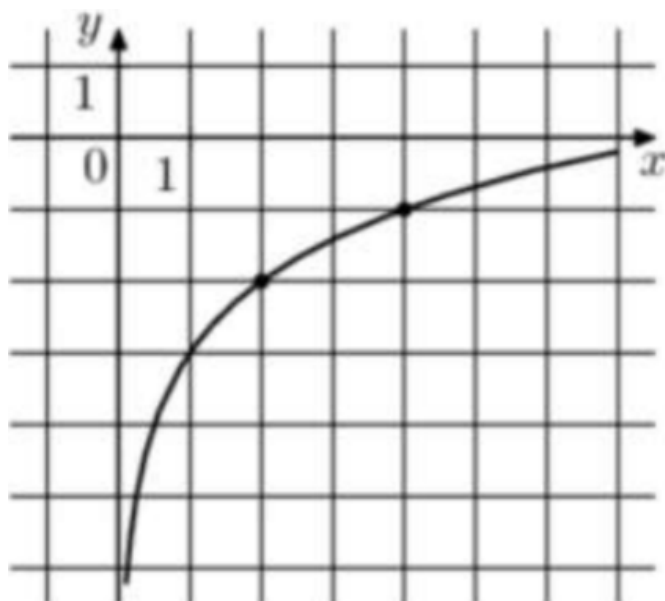
11.2. На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-7)$ .



11.3. На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 0,2$ .

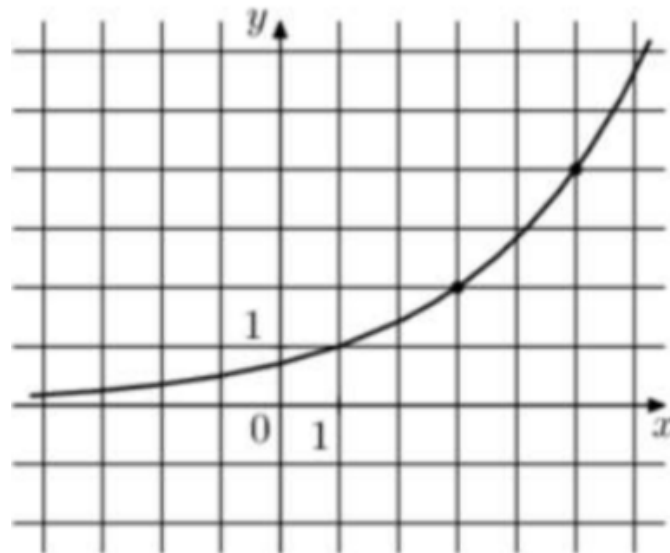


11.4. На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите значение  $x$  при котором  $f(x) = 3$ .

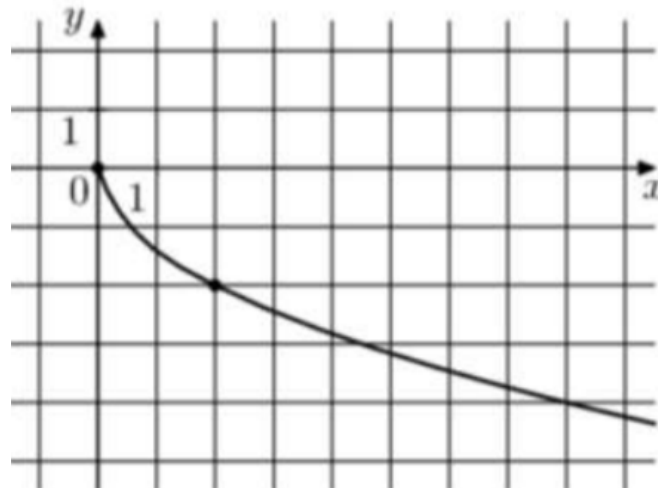


11.5. На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите  $f(-5)$ .





11.6. На рисунке изображён график функции  $f(x) = k\sqrt{x}$ . Найдите  $f(12,5)$ .




---

*Наибольшее и наименьшее значения функции*

- 12.1. Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 300x + 19$ .
- 12.2. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$  на отрезке  $[-3; 3]$ .
- 12.3. Найдите точку максимума  $y = -\frac{x}{x^2 + 289}$ .
- 12.4. Найдите наименьшее значение функции  $y = 10x - 10 \ln(x + 8) + 19$  на отрезке  $[-7,5; 0]$ .
- 12.5. Найдите точку максимума функции  $y = (x - 7)^2 e^{x-8}$ .
- 12.6. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \operatorname{tg} x - 5x + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ .