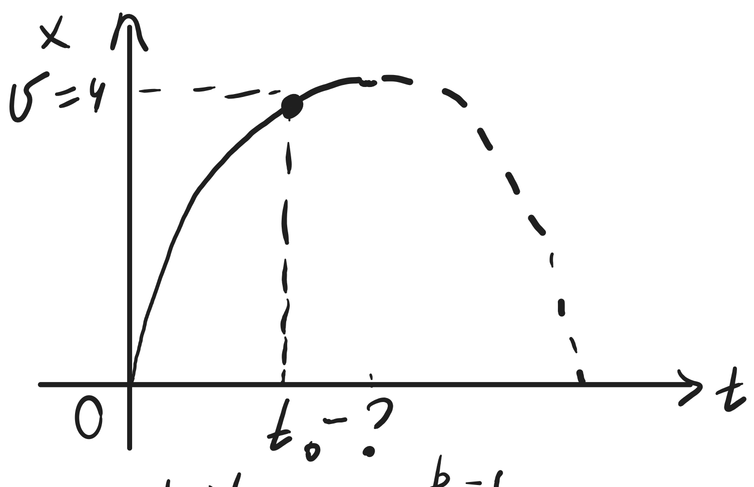
8.1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 5t - 19$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 4 м/с?



$(t^k)' = k \cdot t^{k-1}$

$(t^2)' = 2t$

$t' = 1 (= 1 \cdot t^0)$

$v(t) = x'(t) =$

$= \left(-\frac{1}{6}t^2 + 5t - 19\right)' =$

$= \left(-\frac{1}{6}t^2\right)' + (5t)' - (19)' =$

$= -\frac{1}{6} \cdot 2t + 5 \cdot 1 - 0 =$

$= -\frac{1}{3}t + 5$

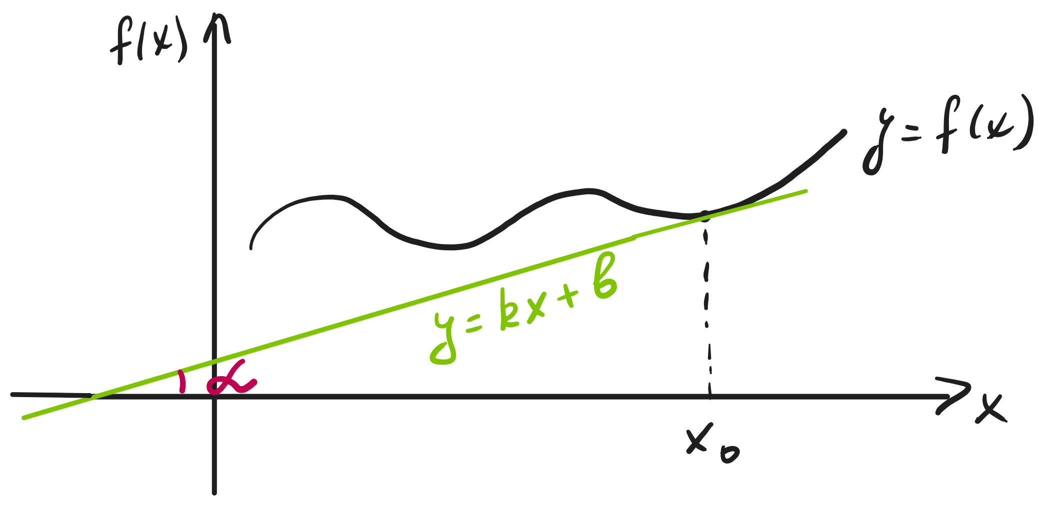
$v(t) = -\frac{1}{3}t + 5 \quad = 4$

$-\frac{1}{3}t + 5 = 4$

$-\frac{1}{3}t = -1$

$t = 3$

8.2. Прямая $y = 8x + 2$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 18$. Найдите a.



$tg\,\alpha = f'(x_0) = k$

$f(x) = ax^2 + 18$

$k = 8 = f'(x_0)$

$f(x_0) = 8x_0 + 2$

$y = 8x + 2$ – касат

x_0 – точка касания, т.е. точка, в к-рой касательная и f совпадают

1) $f'(x) = (ax^2 + 18)' = a \cdot 2x = 2ax$

2) $\begin{cases} 2ax_0 = 8 \\ ax_0^2 + 18 = 8x_0 + 2 \end{cases}$ $\quad a = ?$

$2ax_0 = 8 \Rightarrow x_0 = \frac{4}{a}$

$a \cdot \frac{4^2}{a^2} + 18 = 8 \cdot \frac{4}{a} + 2$

$\frac{16}{a} - \frac{32}{a} = -16 \quad | : -16$

$\frac{2}{a} - \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a = 1$

8.3. Функция $y = f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[-5; 5]$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точку x_0, в которой функция принимает наименьшее значение, если $f(5) \geqslant f(-5)$.

$f'(x) = 0$

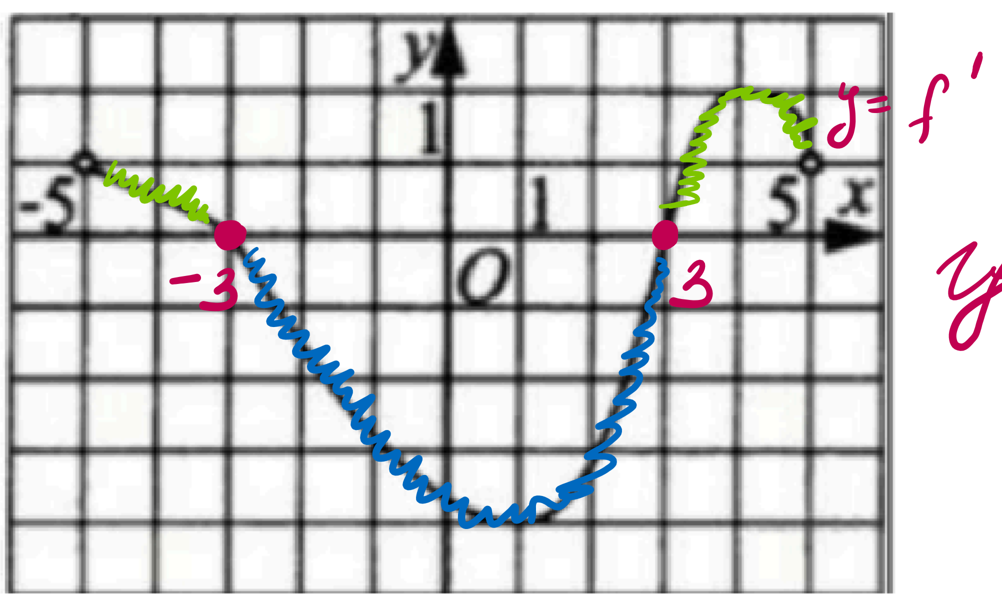
x_{ext} = max/min

f': "+" $\xrightarrow{x_{ext}}$ "–"

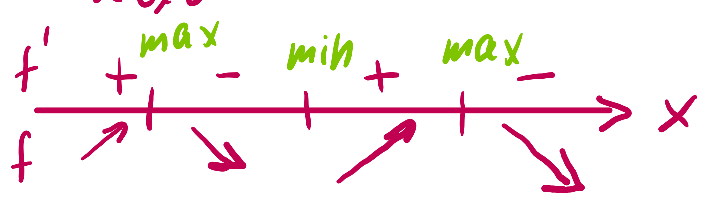
$x_{ext} = x_{max}$

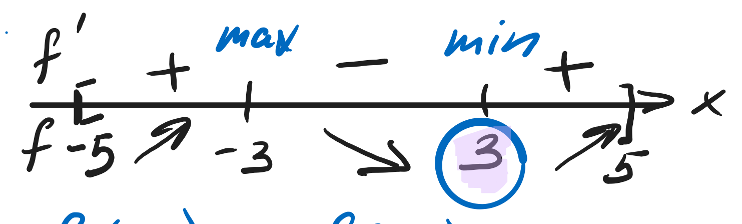
f': "–" $\xrightarrow{x_{ext}}$ "+"

$x_{ext} = x_{min}$



где $f' = 0$





$f(5) \geqslant f(-5)$

$x_0 = -\frac{b}{2a}$ – вершина параболы

$y = ax^2 + bx + c$

$y' = a \cdot 2x + b$

$2ax + b = 0$

$x_0 = -\frac{b}{2a}$