Название: ТурбоТаз	**2к1гр**
Костенко	**247**
Перевышина	248
Гуренко	249
Агутин	250
Буржинов	251
Надточий	252
Матвеев	**253**

Название: Пирамида	**2к1гр**
Калайчян	254
Сергеев	255
Кандалов	256
Беляев	286
Кожатиков	287

Название: Мистер тыква	**2к1гр**
Дикая	**288**
Тумайкина	**288**
Житенева	**351**
Кирнос	**351**

Название: Шизофрения	**2к1гр**
Шабанова	352
Строкатова	**365**
Ханова	**365**
Кислякова	372

Команда Зайчатки	**2к3гр**
Артур Гнеушев	**371**
Елизавета Ивановская	**371**
Ева Тиверкаева	374
Тимофей Кандаков	375
Елена Тухтеева	**376**
Михаил Малофеев	**376**
Артём Вахрушев	377

Название - пирамида	**2к3гр**
Беляев Вадим 1 группа	378
Калайчян Сергей 1 группа	**391**
Данила Сергеев 1 группа	**391**
Кожатиков Глеб	392

Команда -Тазы валят	**2к3гр**
Плетнев Егор	393
Сурнев Егор	394
Донец Сергей	395
Шильников Валерий	396

Название: БУХА'NK'А	**2к3гр**
1. Гусак Юлия Александровна	397
2. Мисюра Георгий Александрович	398
3. Напханенко Константин Игоревич	**399**
4. Хевелев Андрей	**1172**

	2к2гр
Акинин Юрий	400
Близняков Илья	401
Бурняшев Денис	402
Галочкин Андрей	403
Гурин Антон	**404**
Дмитриев Евгений	**404**
Калинин Кирилл	**405**
Коваленко Маргарита	**405**
Кочетков Алексей	406
Максадов Вепа	**407**
Медведев Максим	**407**
Назарова Анна	408
Пильчук Николай	**409**
Серов Тимофей	**409**
Стурзу Сергей	**410**
Турчин Иван	**410**
Хбликян Аведик	412

Название: Осень	**2к4гр**
Корепина Анна	415
Зубцов Владислав	413
Подгорный Вячеслав	**418**
Титаренко Никита	815

	2к4гр
Ведяшкина Ольга	**411**
Горенский Матвей	**411**
Гутый Богдан	412
Кардашов Артём	414
Макаренко Алексей	**416**
Михайличенко Даниил	**416**
Морозов Сергей	**417**
Нестеров Иван	**417**
Оноприенко Андрей	**418**
Рубанов Артём	**419**
Синянский Михаил	**419**
Сухомлинова Таисия	814
Тютюнников Владислав	816
Холодова Виолетта	821
Широких Кирилл	827

2к5гр

Арутюнян Давид	828
Бузовкина Александра	829
Винокуров Глеб	**831**
Григорян Артём	**831**
Данкевич Николай	832
Дядечкина Екатерина	839
Кем Александр	846
Коровенко Андрей	847
Куликов Александр	848
Мартыненко Елизавета	849
Мовсесян Анатолий	850
Павленко Михаил	851
Полупанов Назар	852
Рудницкий Дмитрий	853
Соколикова Ксения	854
Сырцева Вероника	855
Ткаченко Анастасия	**858**
Фандиенко Михаил	**858**
Чепрасов Леонид	859

2к6гр

Арутюнян Роман	**860**
Буленко Анна	**860**
Власова Эмма	871
Гроссман Егор	1000
Дереховская Анна	1001
Ермаков Олег	1002
Ким Артём	**1083**
Коростиенко Максим	**1083**
Лим Кирилл	**1084**
Малюкова Александра	**1084**
Мартынова Анна	1137
Поляков Андрей	1162
Сейитаджиев Риза	1163
Соколов Кирилл	1168
Сухоруков Матвей	1169
Фетисов Андрей	1170
Чусь Денис	**1171**
Юкилевич Максим	**1171**

Пользуясь свойствами определителей, включая разложение по строке или столбцу, доказать тождества:

$$
{}^{*}\mathbf{247.}\ \begin{vmatrix} \cos\frac{\alpha-\beta}{2} & \sin\frac{\alpha+\beta}{2} & \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \\ \cos\frac{\beta-\gamma}{2} & \sin\frac{\beta+\gamma}{2} & \cos\frac{\beta+\gamma}{2} \\ \cos\frac{\gamma-\alpha}{2} & \sin\frac{\gamma+\alpha}{2} & \cos\frac{\gamma+\alpha}{2} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}[\sin(\beta-\alpha)+\sin(\gamma-\beta)+\sin(\alpha-\gamma)].
$$

$$
\mathbf{248.}\ \begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \sin\alpha\cos\alpha & \cos^2\alpha \\ \sin^2\beta & \sin\beta\cos\beta & \cos^2\beta \\ \sin^2\gamma & \sin\gamma\cos\gamma & \cos^2\gamma \end{vmatrix} = \sin(\alpha-\beta)\cos\alpha\cos\beta+\sin(\beta-\gamma)\cos\beta\cos\gamma+ \\ +\sin(\gamma-\alpha)\cos\gamma\cos\alpha.
$$

$$
\mathbf{249.}\ \begin{vmatrix} (a+b)^2 & c^2 & c^2 \\ a^2 & (b+c)^2 & a^2 \\ b^2 & b^2 & (c+a)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3.
$$

$$
\mathbf{250.}\ \begin{vmatrix} \frac{1}{a+x} & \frac{1}{a+y} & 1 \\ \frac{1}{b+x} & \frac{1}{b+y} & 1 \\ \frac{1}{c+x} & \frac{1}{c+y} & 1 \end{vmatrix} = \frac{(a-b)(a-c)(b-c)(x-y)}{(a+x)(b+x)(c+x)(a+y)(b+y)(c+y)}.
$$

$$
\mathbf{251.}\ \begin{vmatrix} \frac{1}{a+x} & \frac{1}{a+y} & \frac{1}{a+z} \\ \frac{1}{b+x} & \frac{1}{b+y} & \frac{1}{b+z} \\ \frac{1}{c+x} & \frac{1}{c+y} & \frac{1}{c+z} \end{vmatrix} = \frac{(a-b)(a-c)(b-c)(x-y)(x-z)(y-z)}{(a+x)(b+x)(c+x)(a+y)(b+y)(c+y)(a+z)(b+z)(c+z)}.
$$

252. $$\begin{vmatrix} a^2+(1-a^2)\cos\varphi & ab(1-\cos\varphi) & ac(1-\cos\varphi) \\ ba(1-\cos\varphi) & b^2+(1-b^2)\cos\varphi & bc(1-\cos\varphi) \\ ca(1-\cos\varphi) & cb(1-\cos\varphi) & c^2+(1-c^2)\cos\varphi \end{vmatrix} = \cos^2\varphi \text{ при } a^2+b^2+c^2=1.$$

***253.** $$\begin{vmatrix} \cos\varphi\cos\psi-\sin\varphi\sin\psi\cos\theta & -\sin\varphi\cos\psi-\cos\varphi\sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta \\ \cos\varphi\sin\psi+\sin\varphi\cos\psi\cos\theta & -\sin\varphi\sin\psi+\cos\varphi\cos\psi\cos\theta & -\cos\psi\sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} = 1.$$

254. $$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & d & -c \\ -c & -d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{vmatrix} = (a^2+b^2+c^2+d^2)^2.$$

255. $$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix} = a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ac+2d.$$

256. $$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & -1 & 1 & 1 & y \\ 1 & 1 & -1 & 1 & z \\ 1 & 1 & 1 & -1 & u \\ x & y & z & u & 0 \end{vmatrix} = -4[x^2+y^2+z^2+u^2-2(xy+xz+xu+yz+yu+zu)].$$

Сформировать определители и вычислить для заданного порядка **n**:

286. Вычислить определитель порядка n, элементы которого заданы условиями $a_{ij} = \min(i, j)$.

287. Вычислить определитель порядка n, элементы которого заданы условиями $a_{ij} = \max(i, j)$.

***288.** Вычислить определитель порядка n, элементы которого заданы условиями $a_{ij} = |i - j|$.

***351.** $$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix}.$$

352. $$\begin{vmatrix} a & b & c & d & e & f & g & h \\ b & a & d & c & f & e & h & g \\ c & d & a & b & g & h & e & f \\ d & c & b & a & h & g & f & e \\ e & f & g & h & a & b & c & d \\ f & e & h & g & b & a & d & c \\ g & h & e & f & c & d & a & b \\ h & g & f & e & d & c & b & a \end{vmatrix}.$$

***365.** *Рядом Фибоначчи*[4] называется числовой ряд, который начинается числами 1, 2 и в котором каждое следующее число равно сумме двух предыдущих, т. е. ряд $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$

[4]Фибоначчи (Fibonacci) — итальянский математик XIII в.

Доказать, что n-й член ряда Фибоначчи равен определителю n-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \hdotsfor{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

***371.** Доказать равенство

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\alpha & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\alpha & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \hdotsfor{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 2\cos\alpha \end{vmatrix} = \cos n\alpha.$$

372. Доказать равенство

$$\frac{\sin n\alpha}{\sin\alpha} = \begin{vmatrix} 2\cos\alpha & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\alpha & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\alpha & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \hdotsfor{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 2\cos\alpha \end{vmatrix},$$

где определитель имеет порядок $n-1$. Пользуясь этим равен-

Вычислить определители:

374. $\begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ x & 1+x^2 & x & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & x & 1+x^2 & x & \ldots & 0 & 0 \\ \multicolumn{7}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & x & 1+x^2 \end{vmatrix}.$

375. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \ldots & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \ldots & 1 & 2 \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ n & 1 & 2 & \ldots & n-2 & n-1 \end{vmatrix}.$

***376.** $\begin{vmatrix} a & a+x & a+2x & \ldots & a+(n-2)x & a+(n-1)x \\ a+(n-1)x & a & a+x & \ldots & a+(n-3)x & a+(n-2)x \\ a+(n-2)x & a+(n-1)x & a & \ldots & a+(n-4)x & a+(n-3)x \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ a+x & a+2x & a+3x & \ldots & a+(n-1)x & a \end{vmatrix}.$

377. $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \ldots & x^{n-2} & x^{n-1} \\ x^{n-1} & 1 & x & \ldots & x^{n-3} & x^{n-2} \\ x^{n-2} & x^{n-1} & 1 & \ldots & x^{n-4} & x^{n-3} \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ x & x^2 & x^3 & \ldots & x^{n-1} & 1 \end{vmatrix}.$

378. Не вычисляя определителей, установить, как связаны между собой два циркулянта:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_{n-1} & a_n \\ a_n & a_1 & a_2 & \ldots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_n & a_1 & \ldots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ a_2 & a_3 & a_4 & \ldots & a_n & a_1 \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_{n-1} & a_n \\ a_2 & a_3 & a_4 & \ldots & a_n & a_1 \\ a_3 & a_4 & a_5 & \ldots & a_1 & a_2 \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ a_n & a_1 & a_2 & \ldots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix},$$

построенные из одних и тех же чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ применением круговых перестановок в двух противоположных направлениях.

*391. $\begin{vmatrix} 0 & x & x & \dots & x \\ y & 0 & x & \dots & x \\ y & y & 0 & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & 0 \end{vmatrix}$.

392. $\begin{vmatrix} a & x & x & \dots & x \\ y & a & x & \dots & x \\ y & y & a & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & a \end{vmatrix}$.

393. $\begin{vmatrix} a_1 & x & x & \dots & x \\ y & a_2 & x & \dots & x \\ y & y & a_3 & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & a_n \end{vmatrix}$.

394. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & x & x & \dots & x \\ 1 & y & a_2 & x & \dots & x \\ 1 & y & y & a_3 & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & y & y & y & \dots & a_n \end{vmatrix}$.

395. $\begin{vmatrix} \alpha+\beta & \alpha\beta & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 2 & \alpha+\beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha+\beta & \alpha\beta & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha+\beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha+\beta \end{vmatrix}$.

396. $\begin{vmatrix} a+1 & a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & a+1 & a & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a+1 & a & \dots & 0 & 0 \\ \hdotsfor{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & a+1 \end{vmatrix}.$

397. $\begin{vmatrix} n!a_0 & (n-1)!a_1 & (n-2)!a_2 & \dots & a_n \\ -n & x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -(n-1) & x & \dots & 0 \\ \hdotsfor{5} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x \end{vmatrix}.$

398. $\begin{vmatrix} \operatorname{cosec}\alpha & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2\operatorname{cosec}\alpha & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2\operatorname{cosec}\alpha & 1 & \dots & 0 \\ \hdotsfor{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2\operatorname{cosec}\alpha \end{vmatrix}.$

***399.** $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ n-1 & x & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & n-2 & x & 3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n-3 & x & \dots & 0 & 0 \\ \hdotsfor{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x \end{vmatrix}.$

400. $\begin{vmatrix} a^p - x & a^{p+1} - x & \dots & a^{p+n-1} - x \\ a^{p+n} - x & a^{p+n+1} - x & \dots & a^{p+2n-1} - x \\ \hdotsfor{4} \\ a^{p+n(n-1)} - x & a^{p+n(n-1)+1} - x & \dots & a^{p+n^2-1} - x \end{vmatrix}.$

401. $\begin{vmatrix} 1-x & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ a & a^2-x & a^3 & \dots & a^n \\ a^2 & a^3 & a^4-x & \dots & a^{n+1} \\ \hdotsfor{5} \\ a^{n-1} & a^n & a^{n+1} & \dots & a^{2n-2}-x \end{vmatrix}.$

402. $\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 \\ \hdotsfor{6} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$

403. $\begin{vmatrix} c_0 & b & b & b & \dots & b \\ a & c_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a & 0 & c_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & 0 & 0 & 0 & \dots & c_n \end{vmatrix}.$

***404.** $\begin{vmatrix} 1 & -b & -b & -b & \dots & -b \\ 1 & na & -2b & -3b & \dots & -(n-1)b \\ 1 & (n-1)a & a & -3b & \dots & -(n-1)b \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2a & a & a & \dots & a \end{vmatrix}.$

***405.** $\begin{vmatrix} (x_1-a_1)^2 & a_2^2 & \dots & a_n^2 \\ a_1^2 & (x_2-a_2)^2 & \dots & a_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & (x_n-a_n)^2 \end{vmatrix}.$

406. $\begin{vmatrix} (x_1-a_1)^2 & a_1a_2 & a_1a_3 & \dots & a_1a_n \\ a_2a_1 & (x_2-a_2)^2 & a_2a_3 & \dots & a_2a_n \\ a_3a_1 & a_3a_3 & (x_3-a_3)^2 & \dots & a_3a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_na_1 & a_na_2 & a_na_3 & \dots & (x_n-a_n)^2 \end{vmatrix}.$

***407.** $\begin{vmatrix} 1-b_1 & b_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1-b_2 & b_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1-b_3 & b_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1-b_n \end{vmatrix}.$

408. $\begin{vmatrix} 0 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ b_1 & 0 & a_3 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & 0 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_1 & b_2 & b_3 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$

***409.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ 1 & 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \\ 1 & x & 1 & 2 & \dots & n-2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x & x & x & \dots & 1 \end{vmatrix}.$

***410.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ x & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ x & x & 1 & \dots & n-2 \\ \hdotsfor{5} \\ x & x & x & \dots & 1 \end{vmatrix}.$

***411.** $\begin{vmatrix} a_0x^n & a_1x^{n-1} & a_2x^{n-2} & \dots & a_{n-1}x & a_n \\ a_0x & b_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_0x^2 & a_1x & b_2 & \dots & 0 & 0 \\ \hdotsfor{6} \\ a_0x^{n-1} & a_1x^{n-2} & a_2x^{n-3} & \dots & b_{n-1} & 0 \\ a_0x^n & a_1x^{n-1} & a_2x^{n-2} & \dots & a_{n-1}x & b_n \end{vmatrix}.$

412. $\begin{vmatrix} x+1 & x & x & \dots & x \\ x & x+2 & x & \dots & x \\ x & x & x+3 & \dots & x \\ \hdotsfor{5} \\ x & x & x & \dots & x+n \end{vmatrix}.$

413. $\begin{vmatrix} x+1 & x & x & \dots & x \\ x & x+2 & x & \dots & x \\ x & x & x+4 & \dots & x \\ \hdotsfor{5} \\ x & x & x & \dots & x+2^n \end{vmatrix}.$

414. $\begin{vmatrix} x+1 & x & x & \dots & x \\ x & x+\frac{1}{2} & x & \dots & x \\ x & x & x+\frac{1}{3} & \dots & x \\ \hdotsfor{5} \\ x & x & x & \dots & x+\frac{1}{n} \end{vmatrix}.$

415. $\begin{vmatrix} x+1 & x & x & \dots & x \\ x & x+a & x & \dots & x \\ x & x & x+a^2 & \dots & x \\ \hdotsfor{5} \\ x & x & x & \dots & x+a^n \end{vmatrix}.$

***416.** $\begin{vmatrix} (a_1+b_1)^{-1} & (a_1+b_2)^{-1} & \dots & (a_1+b_n)^{-1} \\ \hdotsfor{4} \\ (a_n+b_1)^{-1} & (a_n+b_2)^{-1} & \dots & (a_n+b_n)^{-1} \end{vmatrix}.$

***417.** $\begin{vmatrix} \frac{1}{x_1-a_1} & \frac{1}{x_1-a_2} & \dots & \frac{1}{x_1-a_n} \\ \hdotsfor{4} \\ \frac{1}{x_n-a_1} & \frac{1}{x_n-a_2} & \dots & \frac{1}{x_n-a_n} \end{vmatrix}.$

*418. $\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \dots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \dots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \dots & \frac{1}{n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \dots & \frac{1}{2n-1} \end{vmatrix}$.

*419. $\begin{vmatrix} a_0+a_1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_1 & a_1+a_2 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & a_2+a_3 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & a_{n-1}+a_n \end{vmatrix}$.

814. *Следом* квадратной матрицы называется сумма элементов, стоящих на главной диагонали. Доказать, что след AB равен следу BA.

815. Доказать, что если A и B — квадратные матрицы одного и того же порядка, причем $AB \neq BA$, то:

а) $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$;

б) $(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2$.

816. Доказать, что если $AB = BA$, то

$$(A+B)^n = A^n + nA^{n-1}B + \frac{n(n-1)}{2}A^{n-2}B^2 + \dots + B^n.$$

Здесь A и B — квадратные матрицы одинакового порядка.

821. Доказать, что умножение матрицы A слева на диагональную матрицу $B = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ вызывает умножение строк A соответственно на λ_1, λ_2, ..., λ_n, умножение же A на B справа вызывает аналогичное изменение столбцов.

827. Найти значение многочлена $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ от матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

828. Найти значение многочлена $f(x) = x^3 - 7x^2 + 13x - 5$ от матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

829. Доказать, что матрица $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2 - (a+d)x + ad - bc = 0.$$

*__831.__ Доказать, что равенство $AB - BA = E$ не выполняется ни для каких матриц A и B.

832. Найти все матрицы второго порядка, квадрат которых равен нулевой матрице.

Найти обратные матрицы для следующих матриц:

839. $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$.

846. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 1 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}$.

847. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}$.

848. $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & \ldots & a^n \\ 0 & 1 & a & a^2 & \ldots & a^{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & a & \ldots & a^{n-2} \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}$.

849. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ \multicolumn{7}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & a & 1 \end{pmatrix}$ (порядок матрицы равен $n+1$).

850. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots & n-1 & n \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \ldots & n-2 & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \ldots & n-3 & n-2 \\ \multicolumn{7}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

851. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \ldots & 0 \\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 2 \end{pmatrix}$.

852. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \ldots & 1 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 0 \end{pmatrix}$.

853. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \ldots & 1 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 0 \end{pmatrix}$.

854. $\begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a & \ldots & 1 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1+a \end{pmatrix}$

(порядок матрицы равен n).

855. $\begin{pmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \ldots & 1 \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1+a_n \end{pmatrix}$.

***858.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & 1 & 2 & \dots & n-2 & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \dots & n-3 & n-2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n & 1 \end{pmatrix}.$

859. $\begin{pmatrix} a & a+h & a+2h & \dots & a+(n-2)h & a+(n-1)h \\ a+(n-1)h & a & a+h & \dots & a+(n-3)h & a+(n-2)h \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a+h & a+2h & a+3h & \dots & a+(n-1)h & a \end{pmatrix}.$

***860.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \varepsilon^3 & \dots & \varepsilon^{n-1} \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^4 & \varepsilon^6 & \dots & \varepsilon^{2(n-1)} \\ 1 & \varepsilon^3 & \varepsilon^6 & \varepsilon^9 & \dots & \varepsilon^{3(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{2(n-1)} & \varepsilon^{3(n-1)} & \dots & \varepsilon^{(n-1)^2} \end{pmatrix},$

где $\varepsilon = \cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}$.

871. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & n-2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$

Выяснить, эквивалентны ли между собой матрицы:

1000.

$$A = \begin{pmatrix} 3\lambda+1 & \lambda & 4\lambda-1 \\ 1-\lambda^2 & \lambda-1 & \lambda-\lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda+2 & \lambda & \lambda^2+2\lambda \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} \lambda+1 & \lambda-2 & \lambda^2-2\lambda \\ 2\lambda & 2\lambda-3 & \lambda^2-2\lambda \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1001.

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2+\lambda+1 & 3\lambda-\lambda^2 & 2\lambda^2+\lambda & \lambda^2 \\ \lambda^2+\lambda & 3\lambda-\lambda^2 & 2\lambda^2+\lambda & \lambda^2 \\ \lambda^2-\lambda & 2\lambda-\lambda^2 & 2\lambda^2+\lambda & \lambda^2 \\ \lambda^2 & -\lambda^2 & 2\lambda^2 & \lambda^2 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & \lambda^2+1 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \\ 2 & \lambda^2+1 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \\ 0 & \lambda^2 & 3\lambda^2 & \lambda^2 \\ \lambda^2 & -\lambda^2 & 2\lambda^2 & \lambda^2 \end{pmatrix}.$$

1002.

$$A=\begin{pmatrix}3\lambda^3-6\lambda^2+\lambda+3 & 2\lambda^3-4\lambda^2+3\lambda-1 & \lambda^3-2\lambda^2+\lambda\\ 3\lambda^2-8\lambda+5 & 2\lambda^2-4\lambda+1 & \lambda^2-2\lambda+1\\ 3\lambda^3-3\lambda^2-5\lambda+6 & 2\lambda^3-2\lambda^2-\lambda+1 & \lambda^3-\lambda^2-\lambda+1\end{pmatrix};$$

$$B=\begin{pmatrix}3\lambda^3-9\lambda^2+7\lambda+1 & 2\lambda^3-6\lambda^2+7\lambda-2 & \lambda^3-3\lambda^2+3\lambda-1\\ 3\lambda^3-9\lambda^2+9\lambda-5 & 2\lambda^3-6\lambda^2+6\lambda-1 & \lambda^3-3\lambda^2+3\lambda-1\\ 3\lambda^3-9\lambda^2+5\lambda+5 & 2\lambda^3-6\lambda^2+8\lambda-2 & \lambda^3-3\lambda^2+3\lambda-1\end{pmatrix};$$

$$C=\begin{pmatrix}3\lambda^2-3\lambda+1 & \lambda^2-\lambda & 0\\ 2\lambda^2-\lambda-1 & 7\lambda-3\lambda^2-4 & \lambda^2-2\lambda+1\\ 5\lambda^2-7\lambda+3 & 5\lambda-2\lambda^2-3 & \lambda^2-2\lambda+1\end{pmatrix}.$$

***1083.** Найти характеристические числа циклической матрицы

$$A=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_n\\ a_n & a_1 & a_2 & \ldots & a_{n-1}\\ a_{n-1} & a_n & a_1 & \ldots & a_{n-2}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ a_2 & a_3 & a_4 & \ldots & a_1\end{pmatrix}.$$

***1084.** Найти характеристические числа матрицы n-го порядка

$$A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1 & 0 & \ldots & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1 & \ldots & 0 & 0\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

1137. Найти k-ю степень A^k жордановой клетки

$$A=\begin{pmatrix}\alpha & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0\\ 0 & \alpha & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0\\ 0 & 0 & \alpha & 1 & \ldots & 0 & 0\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \alpha & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \alpha\end{pmatrix}\ \text{порядка } n.$$

Найти

1162. A^{100}, где $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -3 & 5\end{pmatrix}$.

1163. A^{50}, где $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$.

1168. e^A, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 6 & 4 & -9 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix}$.

1169. $\ln A$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & -15 & 6 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$.

1170. $\sin A$, где $A = \begin{pmatrix} \pi - 1 & 1 \\ -1 & \pi + 1 \end{pmatrix}$.

***1171.** Доказать, что равенство $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ справедливо для любой квадратной матрицы A.

***1172.** Доказать, что матрица e^A существует и невырожденна для любой квадратной матрицы A.

1173. Найти определитель матрицы e^A, где A — квадратная матрица порядка n.