

Модуль 3. NP-трудные задачи

Лекция 11

NP-трудные задачи.

Сложность задачи

Для заданной задачи могут существовать алгоритмы разной сложности.

? Сложность задачи = сложность самого быстрого алгоритма, решающего эту задачу.

Теорема Блюма об ускорении: существует задача, для которой любой решающий её алгоритм можно экспоненциально ускорить.

Классы сложности

Класс сложности = множество задач, для каждой из которых существует решающий её алгоритм, имеющий указанную сложность.

P = множество задач, решаемых за полиномиальное время.

К сожалению, для многих практически важных задач пока не известны полиномиальные алгоритмы. Это те самые **вычислительно сложные задачи**.

NP-трудные задачи

Класс NP (Non-deterministic Polynomial)

- Распознавательные задачи, решаемые недетерминированным алгоритмом за полиномиальное время.
- Задачи, для которых решение может быть проверено (детерминированным алгоритмом) за полиномиальное время при наличии *сертификата*.

NP-трудные задачи

Полиномиальная сводимость

Задача R полиномиально сводится к задаче Q \Leftrightarrow существует алгоритм A_R , обращающийся к алгоритму A_Q (алгоритм для Q), и решающий задачу R за полиномиальное время без учёта времени работы A_Q .

NP-трудные задачи

NP-трудные задачи

- Задача называется NP-трудной, если к ней полиномиально сводится любая задача $Q \in NP$.
- Задача NP-полна, если она NP-трудна и принадлежит классу NP.

NP-трудные задачи

- $P \subseteq NP$. $P = NP$????
- Все NP-полные задачи полиномиально эквивалентны, т. е. полиномиально сводятся друг к другу.
- Ни для одной NP-полной задачи не известен полиномиальный алгоритм. И маловероятно, что будет обнаружен в обозримом будущем.

Что делать?

- 1) Решать долго (за экспоненциальное время)
- 2) Пытаться сократить время решения для входов, ожидаемых на практике
 - Полиномиальные в среднем алгоритмы
 - Параметризованные алгоритмы
- 3) Решать приближённо
 - С гарантированной *оценкой точности*
 - Без гарантий, но как правило достаточно точно
 - С некоторой *вероятностью* ошибки