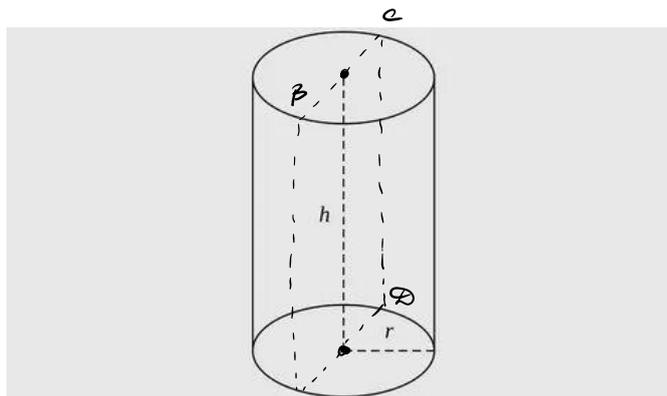


Цилиндр



$$S_{\text{бок}} = 2\pi r \cdot h$$

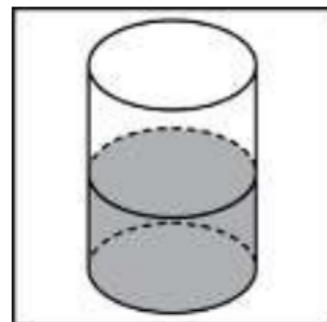
$$S_{\text{пов}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}} = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$$

$$S_{\text{пов}} = 2\pi r (h + r)$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

$$ABCD - \text{осевое сечение} : S_{\text{осев. сеч}} = 2r \cdot h$$

В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см . В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см . Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



$$V_{\text{воды}} = S_{\text{осн}} \cdot 12 = 2000 \Rightarrow S_{\text{осн}} = \frac{2000}{12} = \frac{1000}{6} = \frac{500}{3}$$

$$V_{\text{воды + детал}} = S_{\text{осн}} \cdot (12 + 9) = \frac{500}{3} \cdot 21 = 500 \cdot 7 = 3500$$

$$V_{\text{детали}} = 3500 - 2000 = 1500$$

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

$$1 \text{ сосуд: } V_{\text{вод}} = S_{\text{осн}} \cdot 16 = \pi r^2 \cdot 16$$

$$2 \text{ сосуд: } \text{радиус} = 2r \Rightarrow S_{\text{осн}} = \pi \cdot (2r)^2 = 4 \cdot \pi r^2$$

$$V_{\text{вод}} = \pi r^2 \cdot 16 = 4 \cdot \pi r^2 \cdot h ; h = ?$$

$$h = \frac{\pi r^2 \cdot 16}{4 \cdot \pi r^2} = 4$$

Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π . 12

В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 литров воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах. 3

Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объема второй кружки к объему первой. 1,125

I кр.

r, h

$$V_1 = \pi r^2 \cdot h$$

II кр.

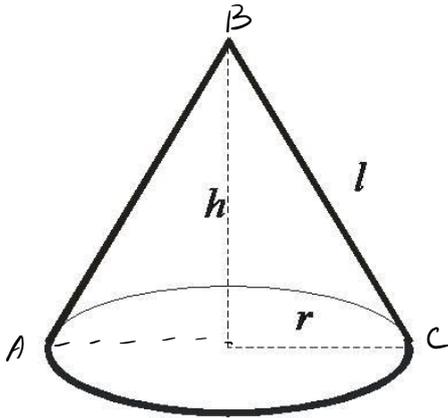
$1,5r ; \frac{h}{2}$

$$V_2 = \pi \cdot (1,5r)^2 \cdot \frac{h}{2}$$

$$V_2 = 1,5^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi r^2 h$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi r^2 h \cdot 2,25 \cdot \frac{1}{2}}{\pi r^2 h} = \frac{2,25}{2} = 1,125$$

Конус



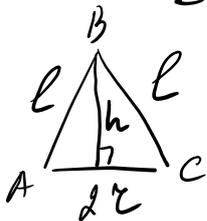
l - образующая конуса

$$S_{\text{бок}} = \pi r l$$

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = \pi r l + \pi r^2$$

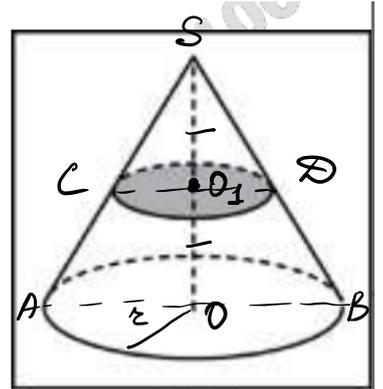
$$S_{\text{пов}} = \pi r (l + r)$$

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$



осевое сечение

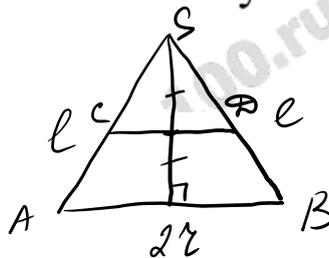
Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



$$SO_1 = OO_1 = \frac{h}{2}$$

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = 16$$

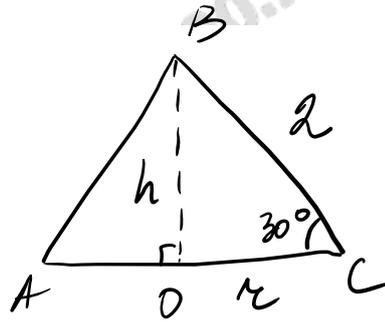
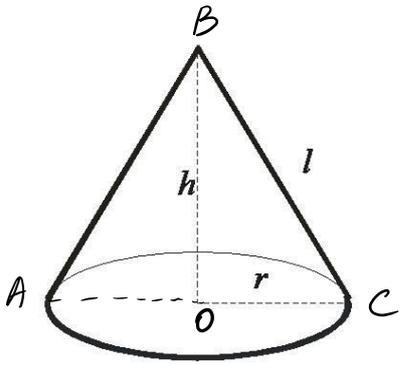
CD - средняя линия
 $\triangle ABS$



$CD = \frac{1}{2} AB \Rightarrow CD = r \Rightarrow$ у маленького конуса, радиус $\frac{r}{2}$

$$V_{\text{мал}} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi r^2 h}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{16}{8} = 2$$

Найдите объем V конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 30° . В ответе укажите V/π .



$$h = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$r^2 = 2^2 - 1^2 = 3$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3 \cdot 1 = \pi$$

Ответ: $\frac{V}{\pi} = \frac{\pi}{\pi} = 1$

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза, а радиус основания останется прежним?

Было: $r, h \Rightarrow V_{\text{стар}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Стало: $r, \frac{h}{3} \Rightarrow V_{\text{нов}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot \frac{h}{3} = \underbrace{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h}_{V_{\text{стар}}} \cdot \frac{1}{3}$

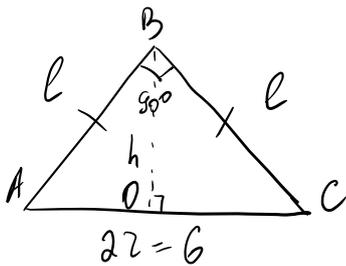
$V_{\text{стар}}$ уменьш. в 3 раза

Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза, а высота останется прежней? $2,25$

Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на π

128

Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90° . Вычислите объем конуса, деленный на π . 9



$$l^2 + l^2 = 6^2$$

$$2l^2 = 36$$

$$l^2 = 18$$

$$\triangle BCO: l^2 = h^2 + r^2, r = 3$$

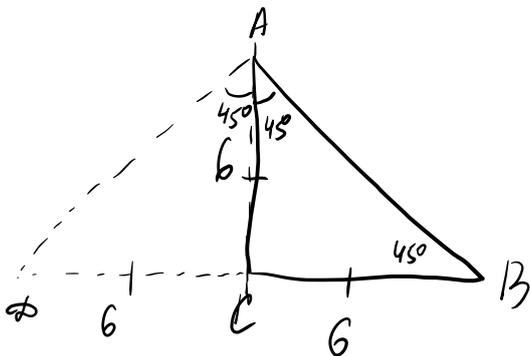
$$18 = h^2 + 9$$

$$h^2 = 9 \Rightarrow h = 3$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi$$

Ответ: $\frac{V}{\pi} = 9$

Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника ABC вокруг катета, равного 6. Найдите его объем, деленный на π .



$$r = 6$$

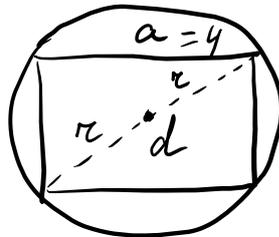
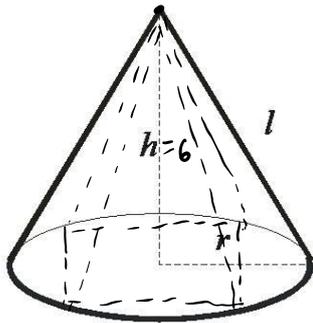
$$h = 6$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 6 =$$

$$= \pi \cdot 36 \cdot 2 = 72\pi$$

$\frac{V}{\pi} = 72$

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на π .



$$V_{\text{кон}} = ? \quad d = 2r = \sqrt{2} \cdot a$$

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4 = 2\sqrt{2}$$

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 6 = \pi \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = 16\pi$$

$$\frac{V}{\pi} = 16 - \text{ответ}$$

Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса. 3

Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 3 раза, а радиус основания останется прежним? 3

