### Контрольное задание по лекции №1 "Введение в Maple"

**Часть A: Теоретические вопросы**

1. **Для чего используется команда**whattype**? Что она вернет для выражения**x + y = 5**?**
   * **Ответ:** Команда whattype используется для определения типа данных Maple-выражения. Для выражения x + y = 5 она вернет =, так как это уравнение.
2. **Чем команда**subs**отличается от**eval**?**
   * **Ответ:** subs выполняет только синтаксическую подстановку, не вычисляя результат. eval выполняет подстановку и полное вычисление результата. Например, subs(x=0, sin(x)/cos(x)) вернет sin(0)/cos(0), а eval(sin(x)/cos(x), x=0) вернет 0.
3. **Объясните результат работы команды**nops({1, 2, 3, 3, 2, 1})**.**
   * **Ответ:** Команда вернет 3. Это происходит потому, что {1, 2, 3, 3, 2, 1} является множеством (set), а множества по определению не могут содержать повторяющиеся элементы. Поэтому оно автоматически преобразуется в {1, 2, 3}, и nops подсчитывает количество элементов в этом множестве.
4. **Когда следует использовать команду**fsolve**вместо**solve**?**
   * **Ответ:** Команду fsolve следует использовать, когда необходимо найти численное (приближенное) решение уравнения или системы, особенно когда solve не может найти точное символьное решение (например, для трансцендентных уравнений или многочленов высокой степени).
5. **Что делает команда**allvalues**? С каким объектом она чаще всего работает?**
   * **Ответ:** Команда allvalues пытается вычислить все возможные значения выражений, содержащих конструкции RootOf. Она чаще всего работает с объектами типа RootOf, которые Maple использует как компактное представление для корней уравнений, когда их явное выражение слишком громоздко.

**Часть B: Практические задания (с решениями)**

**1. Типы данных и базовые операции**

**Задание:** Создайте список L := [a, b, a, c, b]. Преобразуйте его в множество S. Объясните результат. Извлеките первый и последний элементы из списка L.

**Решение:**

L := [a, b, a, c, b]; # Создаем список с повторениями

S := convert(L, set); # Преобразуем список в множество

whattype(S); # Проверим тип получившегося объекта

nops(S); # Проверим количество элементов в множестве

L[1]; # Извлечем первый элемент списка (индексация с 1)

L[-1]; # Извлечем последний элемент списка

**2. Работа с выражениями**

**Задание:** Дано выражение: expr := (x^2 - 4) / (x^3 - 8).

* Упростите его.
* Разложите на множители числитель и знаменатель по отдельности.
* Вычислите значение выражения при x=1.

**Решение:**

restart; # Начнем с чистого листа

expr := (x^2 - 4) / (x^3 - 8);

expr\_simplified := simplify(expr); # Упрощаем

factor(numer(expr)); # Разложение числителя на множители

factor(denom(expr)); # Разложение знаменателя на множители

eval(expr, x = 1); # Вычисляем значение при x=1

**3. Создание и анализ функции**

**Задание:** Создайте кусочную функцию f(x), которая равна:

* -x, если x < 0
* 0, если x = 0
* x^2, если x > 0  
  Вычислите значения функции в точках x = -3, x = 0, x = 2. Постройте эскиз графика этой функции.

**Решение:**

restart;

f := x -> piecewise(x < , -x, x = 0, 0, x^2); # Создаем кусочную функцию

f(-3); # Должно вернуть 3

f(0); # Должно вернуть 0

f(2); # Должно вернуть 4

plot(f(x), x = -5..5, thickness=2); # Строим график для визуализации

**4. Решение уравнений и систем**

**Задание:**

* Решите уравнение x^2 + 2\*x - 8 = 0.
* Решите систему уравнений {x + y = 7, 2\*x - y = 2}.
* Найдите вещественные корни уравнения x^3 - 2\*x + 1 = 0.

**Решение:**

restart;

solve(x^2 + 2\*x - 8 = 0, x); # Решаем квадратное уравнение

solve({x + y = 7, 2\*x - y = 2}, {x, y}); # Решаем систему

fsolve(x^3 - 2\*x + 1 = 0, x); # Ищем вещественные корни численно

**5. Работа с предположениями (assuming)**

**Задание:** Упростите выражение sqrt(x^2). Выполните упрощение, предположив, что x < 0. Объясните разницу в результатах.

**Решение:**

restart;

expr := sqrt(x^2);

simplify(expr); # Упрощение без предположений

simplify(expr) assuming x < 0; # Упрощение с предположением об x

**Контрольные задания по лекции №1 "Введение в Maple"**

**Вариант 1**

**Часть A: Теоретические вопросы (короткие ответы)**

1. Для чего используется команда whattype? Что она вернет для выражения sqrt(2)?
2. Чем отличается команда eval от команды subs? Проиллюстрируйте на примере.
3. Объясните разницу между функцией, заданной через -> и через unapply. Когда удобнее использовать каждую из них?
4. Что означает запись x~ в выводе Maple? Какую команду нужно использовать, чтобы наложить предположение на переменную?
5. Что такое RootOf? Почему Maple иногда возвращает результат в такой форме?

**Часть B: Практические задания (написание кода)**

1. **Типы данных:** Создайте множество из элементов [1, 5, 5, 10, 15]. Определите его тип и количество уникальных элементов в нем.
2. **Преобразования:** Преобразуйте дробь 15/4 в десятичный вид с точностью 5 знаков после запятой. Затем преобразуйте полученное число 3.75 обратно в дробь.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: expr := (x^2 - y^2) / (x^3 - y^3).
   * Упростите его.
   * Разложите числитель и знаменатель на множители по отдельности.
   * Раскройте скобки в упрощенном выражении.
4. **Функции:** Создайте кусочную функцию f(x), которая равна:
   * x^2, если x < 0
   * sin(x), если 0 <= x < Pi
   * 1, если x >= Pi  
     Вычислите значения функции в точках x = -2, x = 1, x = 4.
5. **Решение уравнений:**
   * Решите уравнение x^2 - 5\*x + 6 = 0.
   * Решите систему уравнений:  
     { x + y + z = 6, 2\*x + y + 3\*z = 14, x - y + z = 2 }
   * Найдите целочисленные решения уравнения 3\*x - 4\*y = 1.
6. **Применение предположений (assuming):** Вычислите интеграл int(1/(x^a), x=0..1). Почему Maple выдает ошибку? Выполните вычисление, предположив, что a < 1.

**Вариант 2**

**Часть A: Теоретические вопросы (короткие ответы)**

1. Перечислите команды для разложения на множители, раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых. В чем их основное отличие?
2. Для чего используется команда combine? Приведите пример ее использования с опцией trig.
3. Объясните разницу между командой solve и командой fsolve. Приведите примеры задач, для которых нужно использовать каждую из них.
4. Что делает команда allvalues? С какими объектами она работает?
5. Как с помощью команды convert можно преобразовать список в множество? Зачем это might быть нужно?

**Часть B: Практические задания (написание кода)**

1. **Типы данных:** Создайте список L := [a, b, c, a, b]. Преобразуйте его в множество S. Объясните, почему количество элементов в S меньше, чем в L. Извлеките второй и третий элементы из списка L.
2. **Преобразования:** Преобразуйте выражение a + b в строку. Затем преобразуйте список [1, 2, 3, 4, 5] в множество.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: expr := exp(2\*ln(x) + ln(y)).
   * Упростите его с помощью simplify.
   * Примените к нему команду expand.
   * Объясните разницу в результатах.
4. **Функции:** Создайте функцию от двух переменных g(x, y) = sqrt(x^2 + y^2) с помощью оператора ->. Вычислите ее значение в точке (3, 4). Создайте композицию этой функции с самой собой: g(g(x,y), y).
5. **Решение уравнений и неравенств:**
   * Решите неравенство x^2 - 3\*x + 2 > 0.
   * Решите систему неравенств: { x + y > 5, x - y < 1 } относительно y.
   * Найдите все решения уравнения sin(x) = 1/2 с помощью solve (включите опцию AllSolutions).
6. **Численные вычисления:** Установите точность вычислений Digits := 5. Вычислите численное значение Pi и e (экспоненты). Преобразуйте число Pi в строку и извлеките из этой строки символы с 4-го по 8-й.

**Вариант 3**

**Часть A: Теоретические вопросы**

1. Что возвращают команды lhs и rhs? Приведите пример их использования для уравнения.
2. Объясните, чем отличается структура данных list от set. Когда лучше использовать каждую из них?
3. Для чего предназначена команда is? Чем она отличается от coulditbe? Приведите пример.
4. Что делает команда nops? Приведите пример ее применения к списку и к множеству.
5. Как команда piecewise помогает в задании функций? Какие основные аргументы она принимает?

**Часть B: Практические задания**

1. **Типы данных:** Создайте матрицу 2x2 M с произвольными числовыми элементами. Определите ее тип. Извлеките элемент из второй строки первого столбца.
2. **Преобразования:** Преобразуйте число 0.125 в дробь. Преобразуйте множество {a, b, c} в список.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: expr := (sin(x))^2 + (cos(x))^2 + 1.
   * Упростите его.
   * Попробуйте разложить на множители. Объясните результат.
   * Примените команду combine с опцией trig.
4. **Функции:** Создайте функцию f := x -> piecewise(x < 0, -x, x>=0, x^2). Вычислите ее значения в точках x = -5, x = 0, x = 2. Узнайте, что это за функция.
5. **Решение уравнений:**
   * Решите уравнение x^4 - 16 = 0. Объясните вид ответа.
   * Решите систему уравнений {a + b = 5, a - b = 1} относительно {a, b}.
   * Найдите вещественные корни уравнения x^3 - 2\*x + 1 = 0 с точностью 10 знаков.
6. **Применение предположений:** Упростите выражение sqrt(x^2). Выполните упрощение, предположив, что x > 0. Объясните разницу в результатах.

**Вариант 4**

**Часть A: Теоретические вопросы**

1. Какие команды используются для численного вычисления (evalf) и символьного вычисления (eval) выражений? В чем их ключевое отличие?
2. Что такое EnvAllSolutions? Как эта глобальная переменная влияет на работу команды solve?
3. Для чего используется команда denom? Приведите пример.
4. Опишите, как с помощью команды unapply можно создать функцию из готового выражения. В чем преимущество этого способа перед ->?
5. Что означает запись \_Z1~ в выводе Maple? Какую команду можно использовать, чтобы получить информацию об этом объекте?

**Часть B: Практические задания**

1. **Типы данных:** Создайте массив A размерности 1x4, содержащий строки и числа. Определите его тип. Попробуйте выполнить арифметическую операцию A \* 2. Объясните результат.
2. **Преобразования:** Преобразуйте выражение cos(Pi/3) в значение с плавающей точкой, установив точность вычислений Digits:=2.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: expr := (x^3 - 8) / (x^2 - 4).
   * Упростите его.
   * Разложите числитель и знаменатель на множители.
   * Вычислите значение выражения при x=2 с помощью eval и с помощью subs. Объясните разницу.
4. **Функции:** Создайте функцию area(r), вычисляющую площадь круга по его радиусу. Вычислите площадь для r=5. Создайте новую функцию volume(h), которая, используя area, будет вычислять объем цилиндра высотой h и радиусом 5.
5. **Решение уравнений и неравенств:**
   * Решите неравенство abs(x - 3) < 5.
   * Решите систему {x^2 + y^2 = 25, x\*y = 12}. Сколько пар решений вы найдете?
   * Найдите целочисленные решения уравнения 2\*x + 3\*y = 7.
6. **Численные методы:** Установите Digits:=30. Вычислите Pi и exp(1) с этой точностью. Преобразуйте результат вычисления Pi в строку и определите длину этой строки.

**Вариант 5**

**Часть A: Теоретические вопросы**

1. Перечислите основные команды для работы с полиномами (разложение, раскрытие, упрощение). Приведите примеры.
2. Что возвращает команда about()? Для чего она может быть полезна?
3. Чем команда factor отличается от ifactor? Приведите пример для каждого случая.
4. Опишите, как в Maple создается вектор. Чем он отличается от одномерного массива или списка?
5. Как с помощью команды solve можно решить уравнение относительно одной переменной, входящей в формулу с другими параметрами?

**Часть B: Практические задания**

1. **Типы данных:** Создайте список L1 := [1, 2, 3] и список L2 := [a, b, c]. Объедините их в один список L3. Преобразуйте L3 в множество S3. Объясните результат.
2. **Преобразования:** Преобразуйте число 1.6180339887 в дробь с помощью convert. Насколько точным получилось приближение?
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: expr := exp(ln(a) + 2\*ln(b)).
   * Упростите его.
   * Раскройте скобки, если это возможно.
   * Примените команду collect по переменной b.
4. **Функции:** Создайте функцию f(x) = x^3 с помощью ->. Создайте функцию g(x) = sin(x) с помощью unapply из выражения. Вычислите композицию f(g(x)) и упростите результат.
5. **Решение уравнений:**
   * Решите уравнение tan(x) = 1. Получите общее решение.
   * Решите систему уравнений {u + v = 10, u^2 - v^2 = 40}. Проверьте решения подстановкой.
   * Найдите ВСЕ решения уравнения x^4 - 1 = 0, используя solve и allvalues если необходимо.
6. **Предположения (assuming):** Вычислите предел limit(x^a, x=0). Почему Maple не может его вычислить? Вычислите предел, предположив, что a > 0.